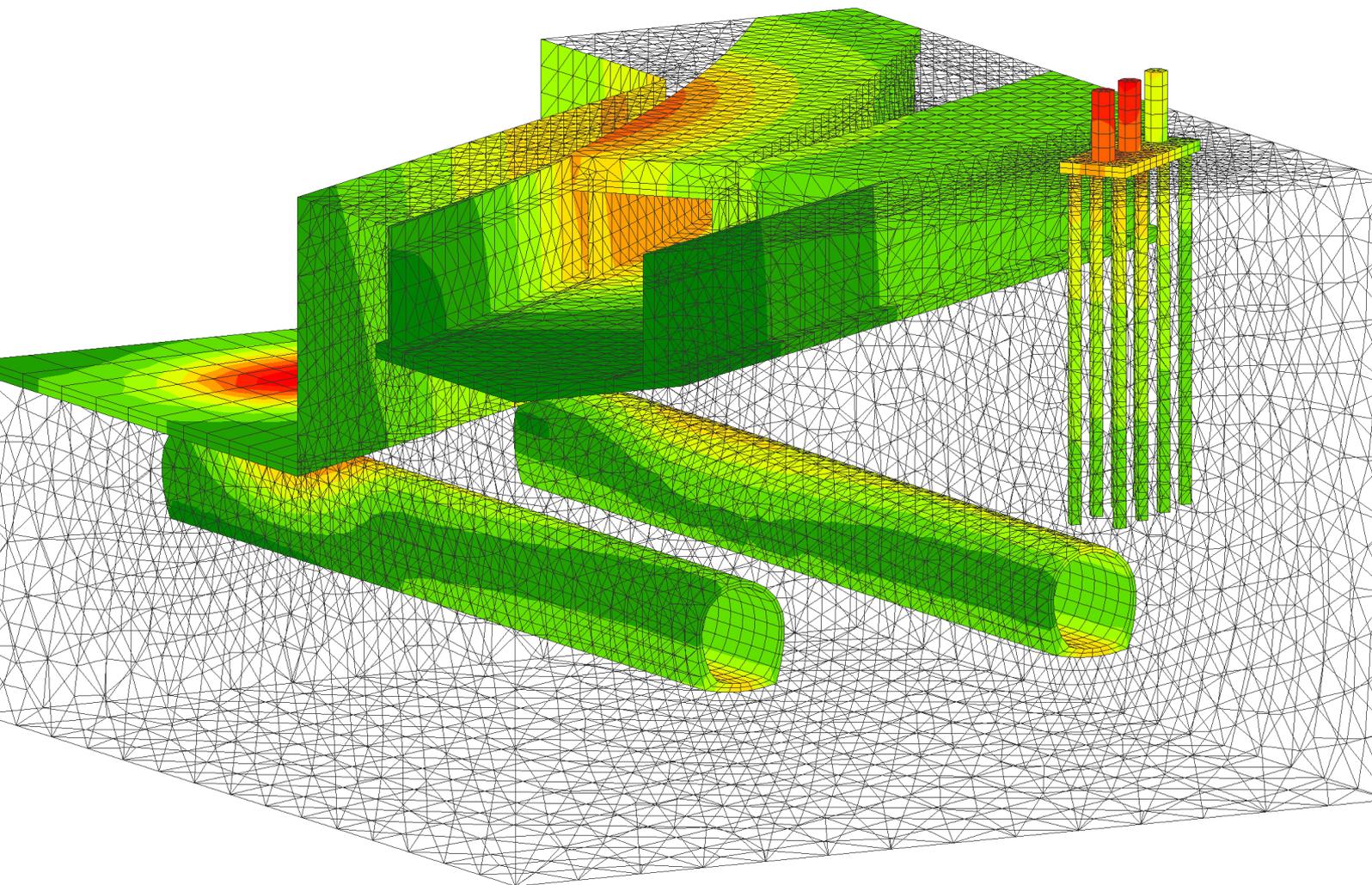




RECOMMANDATIONS POUR LA MODÉLISATION NUMÉRIQUE DES OUVRAGES GÉOTECHNIQUES



2023
VERSION FRANÇAISE

Publication Juin 2023

Responsable de publication :

CFMS (Comité Français de Mécanique des Sols et de Géotechnique)

Tél. : +33 (0)1 41 96 90 80

Fax : +33(0) 1 41 96 91 05

Courriel : cfms.secretariat@geotechnique.org

Site internet : www.cfms-sols.org

Correspondance :

INSAVALOR/CFMS

66 boulevard Niels Bohr - CS52132

69603 VILLEURBANNE Cedex

Siège social :

Ecole des Ponts ParisTech

6 - 8 avenue Blaise Pascal

Cité Descartes

Champs sur Marne

77455 Marne-La-Vallée Cedex 2

Copyright :

© CFMS, Comité Français de Mécanique des Sols et de Géotechnique. En application de la loi du 11 mars 1957, il est interdit de reproduire intégralement ou partiellement le présent ouvrage, sur quelque support que ce soit, sans l'autorisation de l'Editeur ou du Centre français d'exploitation du droit de copie, 20 rue des Grands Augustins, 75006 Paris.

Le Comité français de mécanique des sols et de géotechnique, ses membres, ses administrateurs ou ses représentants déclinent toute responsabilité découlant d'omissions ou d'erreurs dans les documents qu'il émet et ne peuvent être tenus responsables de quelconque dommage lié à l'utilisation des informations contenues dans ces documents, en ce compris les informations fournies par des tiers, ou à l'impossibilité d'accès au site web ou à son contenu et ses documents, sauf en cas de faute grave ou délibérée de leur part.

La responsabilité du CFMS ne saurait davantage être engagée vis-à-vis des tiers, notamment dans le cas où les œuvres agréées par le Conseil après avis de la Commission Scientifique et Technique, donneraient lieu à des poursuites judiciaires sur le fondement de la loi du 11 Mars 1957 et de tous les autres textes protégeant les œuvres de l'esprit.

Conception graphique / mise en page :

Valérie SCOTTO DI CESARE - Studio Graphique VSCom

« L'art de dresser un projet ne consiste pas tant à résoudre un système d'équations par le calcul, que de bien les poser après avoir imaginé toutes les hypothèses plausibles. Si une culture mathématique sérieuse est utile et nécessaire pour formuler les résultats de l'expérience, il ne faut jamais oublier que l'on n'a aucune chance de retrouver à la fin d'un calcul ce que l'on aura oublié d'introduire initialement. En d'autres termes, si le projeteur a omis un effort ou une déformation en un point donné d'une structure, le calcul ne les lui fera pas retrouver. »

Conférence sur l'art de construire prononcée par Nicolas Esquillan (concepteur du CNIT) lors de sa réception comme docteur honoris causa à l'université de Stuttgart en 1965

Le présent guide a été rédigé dans le cadre d'un groupe de travail du Comité Français de Mécanique des Sols et de Géotechnique, dont la coordination fut assurée par F. Cuiras et S. Burlon de la société Terrasol.

GROUPE DE TRAVAIL

MEMBRES DU GROUPE DE TRAVAIL :

Le CFMS remercie les personnes qui ont activement participé au groupe de rédaction de ce document :

- T. Badinier / Université Gustave Eiffel
- E. Bourgeois / Université Gustave Eiffel
- P. Burtin / Ménard
- M. Cahn / Terrasol
- P. Delavernée / Soletanche Bachy
- D. Dias / Laboratoire 3SR
- F. Emeriault / Laboratoire 3SR
- G. Gourrin / Socotec
- L. Pavel / Arcadis
- JM. Pereira / Ecole des Ponts Paris-Tech
- L. Quirin / Keller
- J. Racinais / Ménard
- B. Virolet / Systra

SOMMAIRE

9	■	1 CONSTRUCTION DU MODÈLE
10		1.1 INTRODUCTION
10		1.2 CHOIX DU TYPE D'ANALYSE
11		1.3 HYPOTHÈSES GÉOMÉTRIQUES
13		1.4 ÉTAT INITIAL DES CONTRAINTES
13		1.5 PRISE EN COMPTE DU PHASAGE DE CONSTRUCTION
14		1.6 MODÉLISATION DES STRUCTURES
15		1.7 SYNTHÈSE
16		1.8 RÉFÉRENCES
17	■	2 LOIS DE COMPORTEMENT
18		2.1 INTRODUCTION
19		2.2 NOTIONS DE BASE
21		2.3 DESCRIPTION D'UNE LOI DE COMPORTEMENT ÉLASTOPLASTIQUE
25		2.4 QUELQUES MODÈLES USUELS
36		2.5 RÉFÉRENCES
37	■	3 MÉTHODES DE RÉOLUTION
37		3.1 RÉOLUTION GLOBALE
39		3.2 RÉOLUTION LOCALE
39		3.3 MÉTHODE « C-PHI RÉDUCTION »
40		3.4 RÉDUCTION DES MODULES DE DÉFORMATION
40		3.5 RÉFÉRENCES
41	■	4 ÉLÉMENTS D'INTERACTION SOL-STRUCTURE
42		4.1 LES ÉLÉMENTS DE STRUCTURE
44		4.2 COUPLAGE SOL/STRUCTURE
47		4.3 LES MODÈLES HYBRIDES
47		4.4 LE CAS PARTICULIER DES TUNNELS
49		4.5 RÉFÉRENCES
51	■	5 COUPLAGE HYDROMÉCANIQUE
52		5.1 INTRODUCTION
52		5.2 ÉCOULEMENT DANS LES SOLS
54		5.3 COUPLAGE HYDROMÉCANIQUE
56		5.4 SYNTHÈSE
57		5.5 RÉFÉRENCES
59	■	6 STRATÉGIE DE MODÉLISATION
60		6.1 INTRODUCTION
60		6.2 CONSTRUCTION DU MODÈLE
68		6.3 CHOIX DES LOIS DE COMPORTEMENT
78		6.4 PHASAGE
81		6.5 GESTION PRATIQUE DES COUPLAGES HYDRO-MÉCANIQUES
85		6.6 EXPLOITATION DES RÉSULTATS
88		6.7 RÉFÉRENCES
89	■	7 STRATÉGIE DE DIMENSIONNEMENT
90		7.1 LIEN AVEC L'EUROCODE 7 ET L'EUROCODE 0
90		7.2 VÉRIFICATION DES ÉTATS LIMITES DE SERVICE (ELS)
90		7.3 VÉRIFICATION DES ÉTATS LIMITES ULTIMES (ELU)
96		7.4 ASPECTS LIÉS AUX ÉCOULEMENTS HYDRAULIQUES
97		7.5 RÉFÉRENCES

INTRODUCTION

La modélisation numérique des ouvrages géotechniques, notamment par la méthode des éléments finis ou des différences finies, connaît une utilisation grandissante depuis ces quinze dernières années avec l'augmentation toujours plus rapide de la puissance de calcul et des capacités de mémoire des ordinateurs. Désormais, des calculs en trois dimensions comprenant plusieurs centaines de milliers de nœuds sont devenus courants. Ils permettent d'avoir accès au champ de déplacements, de déformations, de contraintes à la fois dans le terrain et dans différents éléments structuraux mais peuvent aussi donner des informations sur le niveau de sécurité notamment avec les procédures de réduction des propriétés de cisaillement. Les couplages hydro-mécaniques se sont aussi largement développés en procurant à l'ingénieur en charge des calculs de nombreuses alternatives : calculs complètement couplés, calcul de consolidation, calculs non drainés en contraintes effectives, etc.

La modélisation numérique permet la réalisation de calculs qui, sans aucun doute, participent à l'optimisation des ouvrages géotechniques. Néanmoins, s'ils sont mal réalisés, ces calculs peuvent conduire à des interprétations erronées dans le dimensionnement des ouvrages géotechniques et il est donc plus que jamais nécessaire de connaître et maîtriser les aspects les plus importants d'une modélisation numérique.

Dans ce contexte, ce guide entend proposer des recommandations sur l'utilisation des modèles numériques pour le calcul des ouvrages géotechniques. Il s'adresse aux ingénieurs en bureau d'études. Ainsi, de nombreux aspects de la modélisation numérique sont vulgarisés et ceux désireux d'approfondir ces aspects pourront utilement consulter les ouvrages référencés dans la bibliographie. Il est important de noter que ce guide ne traite pas des situations où des modélisations numériques devraient prendre en compte des effets inertiels. En revanche, il donne quelques indications, notamment dans la description des lois de comportement, sur la prise en compte des chargements cycliques.

Ce guide est décomposé en 7 chapitres.

Les chapitres 1 à 5 sont consacrés aux enjeux scientifiques liés à la construction et au fonctionnement d'une modélisation numérique :

- Dans le chapitre 1, on aborde la question du choix entre des calculs en deux ou trois dimensions, en déformation plane ou en axisymétrie, l'identification des couplages hydrauliques et thermiques à considérer, la définition de conditions aux limites pertinentes, etc.
- Le chapitre 2 est consacré aux lois de comportement qui constituent un autre point essentiel de toute modé-

lisation numérique et l'ingénieur en charge des calculs doit bien comprendre comment elles peuvent affecter les résultats qu'il aura à analyser. Les effets des différents paramètres peuvent être maîtrisés que si leurs rôles au cours du calcul sont précisément identifiés.

- Les méthodes de résolution sont présentées au chapitre 3 pour donner à l'ingénieur une idée générale du fonctionnement de la méthode des éléments finis et introduire un certain nombre d'éléments de vocabulaire.
- Le chapitre 4 traite de l'interaction sol-structure. Deux aspects sont à prendre en considération : l'élément structural en tant que tel et sa modélisation sous forme de barre, de poutre ou de coque, etc. et les éléments d'interface qui lient ces éléments structuraux aux éléments volumiques modélisant le terrain en place. D'autres techniques plus récentes comme les macro-éléments deviennent une alternative intéressante dans certains cas.
- La présentation des couplages hydromécaniques fait l'objet du chapitre 5 qui introduit différents types de calculs : calculs drainés, calculs non drainés en contraintes effectives ou en contraintes totales. Il s'agit aussi de revenir sur les calculs de consolidation à la fois pour les problèmes de fondation et pour les problèmes d'excavation.

Les chapitres 6 et 7 traitent des questions de conception liées à l'utilisation d'une modélisation numérique pour le dimensionnement et la justification des ouvrages géotechniques :

- Dans le chapitre 6, la modélisation numérique est décrite de manière à être vue comme un véritable outil d'aide à la conception en géotechnique. Le choix de la loi de comportement par rapport au problème traité est abordé. La nécessité de procéder à un calage d'une modélisation numérique par rapport à un modèle de référence est décrite. Enfin, les différentes méthodes d'analyse des mécanismes de déformation et de rupture sont décrites.
- Dans le chapitre 7, les liens entre les calculs numériques et les procédures de justification des normes de dimensionnement, notamment l'Eurocode 7, sont présentés avec les procédures de réduction des propriétés de cisaillement qui sont désormais devenues un outil courant pour évaluer un coefficient de sécurité relatif à la mobilisation de la résistance du terrain. Il n'en demeure pas moins que les résultats obtenus à partir de ces procédures doivent être analysés finement notamment dans le cas d'interaction entre des éléments volumiques et des éléments structuraux.



1 CONSTRUCTION DU MODÈLE

1.1 INTRODUCTION

1.2 CHOIX DU TYPE D'ANALYSE

1.3 HYPOTHÈSES GÉOMÉTRIQUES

1.4 ÉTAT INITIAL DES CONTRAINTES

1.5 PRISE EN COMPTE DU PHASAGE DE CONSTRUCTION

1.6 MODÉLISATION DES STRUCTURES

1.7 SYNTHÈSE

1.8 RÉFÉRENCES

1 CONSTRUCTION DU MODÈLE

1.1 INTRODUCTION

Lors de la construction d'une modélisation numérique, un ensemble de choix et de simplifications est à réaliser, en fonction du type de résultats visés, du niveau de détail souhaité, des données géotechniques disponibles, de l'ouvrage étudié et des chargements qu'il subit.

Il est donc primordial de bien cerner l'objectif du calcul avant de mettre en place les différents éléments d'une modélisation numérique. De manière générale, les modélisations numériques peuvent avoir pour but :

- de vérifier un dimensionnement vis-à-vis d'états limites de service ou d'états limites ultimes ;
- de justifier une variante de construction ;
- de fournir des éléments pour interpréter le comportement observé d'un ouvrage. Dans ce dernier cas, on fait des hypothèses sur les phénomènes responsables de ce comportement, et la modélisation vise à démontrer la pertinence de ces hypothèses, et à servir de base à des solutions de confortement.

En fonction du contexte dans lequel la simulation est réalisée, on pourra faire des choix de modélisation différents pour un certain nombre d'aspects du problème, que l'on passe en revue dans ce chapitre. La question des modèles de comportement pour les sols sera abordée au chapitre suivant.

1.2 CHOIX DU TYPE D'ANALYSE

La modélisation numérique (par éléments finis ou en différences finies) est une méthode générale de résolution approchée d'équations aux dérivées partielles. Elle s'applique dans de nombreux domaines de la physique. Pour la modélisation d'un ouvrage géotechnique, la première étape consiste à préciser le problème que l'on veut résoudre.

Dans de nombreuses situations, on résout un problème de mécanique en condition quasi-statique et dans l'hypothèse des petits déplacements et des petites déformations : sous ces hypothèses, on cherche les déplacements, les contraintes, les déformations (éventuellement les déformations plastiques) dans les couches de sol, les déformées et les efforts dans les structures, en tenant compte du temps si les matériaux mis en jeu présentent un comportement différé.

La plupart des ouvrages peuvent être étudiés dans ce cadre, mais on peut souligner les points suivants :

- dans certains cas, les effets dynamiques jouent un rôle prépondérant, et les calculs en régime quasi-statique sont insuffisants. La résolution numérique en dynamique est plus complexe. Elle fait appel à des choix supplémentaires, relatifs au schéma d'intégration temporelle, à la discrétisation de l'intervalle de temps étudié, aux paramètres des matériaux et à des réglages du fonctionnement du logiciel ;
- il est parfois nécessaire de revenir sur l'hypothèse des petits déplacements, qui revient à écrire les équations d'équilibre sur la géométrie initiale alors qu'elles devraient être écrites sur la configuration déformée. C'est le cas lorsqu'on utilise des éléments de renforcement qui ne reprennent que des efforts de traction : on parle de comportement de membrane. Le fonctionnement de ce type de renforcement ne peut pas être bien pris en compte si l'on néglige les changements de géométrie. On est alors amené à actualiser la géométrie (par exemple en modifiant les coordonnées des nœuds du maillage au cours du calcul) ;
- en revanche, la prise en compte de grandes déformations, qui est nécessaire pour l'étude de l'extrusion de métaux, du crash, ou de l'évolution de bassins sédimentaires, n'apporte rien pour le calcul d'ouvrages géotechniques (et n'est de toute manière pas disponible dans la plupart des codes usuels).

En géotechnique, on ne s'intéresse pas seulement aux aspects mécaniques : dans certains cas, par exemple, l'objet du calcul est de représenter le régime hydraulique autour d'un ouvrage, et donc de déterminer les champs de pression interstitielle et de vitesses de l'eau dans le terrain.

Des phénomènes de natures différentes (mécanique, hydraulique, thermique) peuvent être couplés : selon le contexte, on peut conduire une analyse pour laquelle ces couplages sont négligés, ou pris en compte de manière plus ou moins détaillée (par exemple, on ne prend généralement pas en compte l'effet des variations saisonnières ou journalières de température sur les déformations d'un ouvrage).

Il faut insister sur deux points :

- d'une part, le choix du type d'analyse conduit à mettre en œuvre des traitements numériques différents, plus ou moins robustes et complexes à maîtriser ;
- d'autre part, il conduit aussi à introduire des paramètres

physiques différents, qui peuvent être difficiles à déterminer (dont certains ont un fort impact sur les résultats).

On revient plus en détail dans la suite de ces recommandations sur la prise en compte de certains couplages, en particulier du rôle de l'eau, qui doit souvent faire l'objet d'une attention particulière pour le calcul des ouvrages géotechniques.

Une fois que l'on a déterminé le type d'analyse à conduire, la modélisation proprement dite comporte plusieurs étapes :

- la définition de la géométrie du domaine étudié ;
- la préparation des données du calcul :
 - > la définition des caractéristiques des différents matériaux ;
 - > la définition de l'état initial ;
 - > la définition des conditions aux limites et des « chargements » (forces volumiques, surfaciques ou ponctuelles, débits imposés, conditions de drainage, etc.) ;
 - > le cas échéant, la définition des étapes de construction de l'ouvrage (opérations de remblaiement, d'excavation, de renforcement, pose et dépose d'appuis, etc.) et des interactions entre les sols et les structures ;
- l'exécution du calcul, le contrôle et l'exploitation des résultats.

1.3 HYPOTHÈSES GÉOMÉTRIQUES

1.3.1 CALCULS 2D OU 3D

Toute analyse de comportement d'un ouvrage peut recourir à une modélisation 3D décrivant toute la géométrie et la complexité de l'ouvrage. Cependant une telle démarche peut conduire à des modèles plus complexes qu'il ne l'est nécessaire. Afin de rendre les méthodes numériques utilisables en termes de temps et de puissance de calcul, on recourt généralement à des simplifications de la géométrie et à des modèles 2D. Ces simplifications se basent sur des considérations simples de symétrie ou d'invariance du problème que l'on étudie.

La plupart des méthodes classiques d'analyse des ouvrages géotechniques se placent dans l'hypothèse des déformations planes : c'est le cadre le plus souvent adopté pour l'étude de la stabilité des pentes, de la capacité portante des fondations superficielles, du comportement des écrans de soutènement, des tunnels (en se

plaçant dans une section transversale). Cette hypothèse consiste à supposer que l'ouvrage possède une direction privilégiée : la géométrie de l'ouvrage et des chargements est invariante par translation parallèlement à cette direction, les déplacements dans cette direction sont nuls et les déplacements perpendiculaires (dans le plan de l'étude) sont invariants par translation dans cette direction. C'est une hypothèse très forte, qui n'est en général pas représentative de la réalité et peut conduire dans certains cas à des comportements erronés : par exemple, une telle modélisation conduit à représenter une file de pieux par un mur continu, induisant ainsi un effet d'écran sur les plans mécanique et hydraulique pouvant nuire à la pertinence du dimensionnement en présence d'un chargement horizontal ou d'un écoulement. La plupart des modélisations numériques utilisent ce cadre d'hypothèses, parce que les calculs en condition tridimensionnelle sont plus complexes à réaliser, sans que le bénéfice qu'ils devraient apporter ne soit toujours justifié. Par ailleurs, le degré d'information disponible sur le phasage réel des travaux (dans le cas des écrans de soutènement par exemple) et le niveau de précision attendu font que le cadre des déformations planes est souvent suffisant, moyennant la réalisation de plusieurs analyses, en représentant par exemple plusieurs sections d'un même ouvrage.

Le cas des tunnels illustre bien cette problématique. Bien que le problème ne soit clairement pas invariant dans la direction de l'axe du tunnel, il reste très courant de conduire les calculs en déformation plane, en s'appuyant sur la méthode convergence-confinement (Panet, 1995), qui vise à rendre compte de la distance entre le plan considéré et le front de taille, au moyen d'un paramètre scalaire appelé taux de déconfinement. L'approche a été développée dans un cadre d'hypothèses très restrictives (élasticité linéaire, état de contraintes initial uniforme, etc.), mais elle donne des résultats acceptables bien au-delà de son domaine de validité théorique. La difficulté consiste à identifier les contextes dans lesquels son utilisation conduit à des résultats peu représentatifs, notamment au regard des conditions géologiques rencontrées (stratigraphie complexe), géotechniques (anisotropie des matériaux), ou des dispositions constructives retenues (utilisation de présoutènement, d'excavations en sections divisées, de tunneliers à confinement, etc.).

En conclusion, le recours à des calculs 3D reste réservé à des problèmes précis où les aspects géométriques jouent un rôle particulièrement sensible, pour lesquels il est utile de procéder à une analyse tridimensionnelle du problème, quitte à simplifier certains autres aspects.

1.3.2 ÉTENDUE DU DOMAINE MAILLÉ

La modélisation des ouvrages géotechniques pose une difficulté originale : les limites du domaine étudié ne sont pas en général bien définies. Où doit-on placer les « bords » d'une couche de sol ? Comment faut-il choisir l'étendue latérale et verticale du domaine à prendre en compte ?

Le domaine pris en compte dans le maillage doit au moins recouvrir la zone dans laquelle les chargements appliqués sont susceptibles de produire des déformations significatives (voir §6.2.2.2).

Dans le cas de calcul de charges limites d'une fondation par exemple, il faut s'assurer que le maillage est assez grand pour contenir le mécanisme de rupture. Si le maillage est trop petit, en fonction des conditions aux limites choisies, on peut introduire une erreur importante sur la charge limite.

Différents auteurs (par exemple, Mestat, 1993) ont proposé des recommandations pour choisir la taille du domaine à mailler, mais elles n'ont pas de fondements théoriques. Il importe de rappeler que :

- l'influence de la taille du maillage est indissociable du type de conditions que l'on applique sur ces limites. Le maillage est généralement limité par un domaine parallélépipédique en 3D ou rectangulaire en 2D. Le choix le plus courant, pour un calcul mécanique, consiste à bloquer toutes les composantes du déplacement sur la limite inférieure du maillage et la ou les composante(s) horizontale(s) sur les plans verticaux qui limitent le maillage ;
- l'influence de l'étendue du maillage dépend du chargement imposé. Dans le cas où on modélise l'excavation d'une partie d'un massif de sol (devant une paroi de soutènement ou à l'intérieur d'un tunnel par exemple), le système matériel restant après l'excavation subit une force verticale dirigée vers le haut (égale au poids du matériau excavé). Les calculs numériques tendent à prévoir des cuvettes de tassements trop larges voire un soulèvement de la surface du massif. Ce soulèvement dépend directement de l'étendue du maillage au-dessous du tunnel ou de l'excavation. Les déplacements calculés dépendent donc fortement du maillage et de la taille du domaine représenté.

Ce problème n'est pas uniquement numérique : il a une origine physique claire (le chargement appliqué est une force vers le haut), mais il constitue une vraie difficulté pour construire une modélisation numérique fiable. En 2D, pour un massif semi-infini élastique linéaire homo-

gène, le soulèvement dû à une densité de force uniforme est en fait infini. Il en est de même pour le tassement d'une fondation filante sur un massif élastique semi-infini. L'utilisation d'un maillage de très grande profondeur n'améliore donc pas systématiquement la situation. Le recours à un modèle de comportement avancé peut rendre le problème moins voyant et moins gênant, mais n'élimine pas complètement la difficulté. Le passage à une représentation tridimensionnelle ne résout pas non plus entièrement le problème. Une situation dans laquelle le problème ne se pose pas est celle où un substratum rigide a été reconnu à une profondeur bien identifiée. Dans les autres cas, la solution numérique est entachée d'une erreur difficile à évaluer. Il est intéressant de noter que les déplacements présentent la même dépendance vis-à-vis de l'étendue verticale du maillage lorsqu'on modélise une fondation filante soumise à une charge verticale vers le bas (voir §6.2.2.2).

1.3.3 INFLUENCE DE LA DISCRÉTISATION

On rappelle que les résultats d'un calcul par éléments finis ou par différences finis dépendent de la « finesse » du maillage, c'est-à-dire de la taille des mailles décrivant la géométrie du problème. Ce n'est d'ailleurs pas spécifique aux calculs géotechniques. L'idée générale est qu'il est nécessaire, pour obtenir un résultat correct, de mailler suffisamment finement les zones qui se déforment beaucoup, où se produisent en général des déformations plastiques dans le cas des sols. Bien que l'on ait en général une idée préconçue de la zone dans laquelle ces déformations apparaissent, il n'est pas toujours évident de bien choisir a priori le maillage adapté au problème étudié. Il est donc presque toujours nécessaire de modifier le maillage pour l'améliorer par étapes successives.

A ce sujet, on peut indiquer, d'une part, qu'il n'est pas judicieux d'opter d'emblée pour une discrétisation uniforme très fine. Un maillage comportant de trop nombreux éléments conduit à des temps de calcul très importants, ce qui pénalise la mise au point du calcul et la réalisation d'études paramétriques ou d'études de sensibilité. Il est nettement préférable, même si cela peut paraître fastidieux ou laborieux, d'affiner les différents aspects de la modélisation, y compris le maillage, par des essais successifs, en vérifiant l'influence du maillage et en le modifiant si nécessaire. On peut signaler que certains logiciels permettent d'automatiser plus ou moins complètement cette démarche.

1.3.4 INFLUENCE DU TYPE D'ÉLÉMENTS

On rappelle que dans une démarche de modélisation par éléments finis, le calcul consiste à donner, à un problème complexe aux dérivées partielles, à une réponse approchée, définie par morceaux à l'aide de fonctions plus ou moins complexes. La précision de cette réponse approchée dépend du type de fonction permettant de la définir par morceaux. La plupart des logiciels actuels propose l'utilisation d'éléments finis avec interpolation linéaire ou interpolation quadratique (Figure 1), mais il existe d'autres types d'interpolation plus sophistiquées (interpolation cubique, interpolation d'Hermite notamment). Par rapport à des éléments linéaires, l'utilisation d'éléments quadratiques (ou d'ordre supérieur) consiste à exploiter un nombre de nœuds plus élevé pour un même nombre d'éléments ce qui permet une meilleure approximation de la solution recherchée (en particulier l'estimation des contraintes et déformations). Une qualité équivalente nécessiterait un maillage plus fin avec des éléments linéaires.

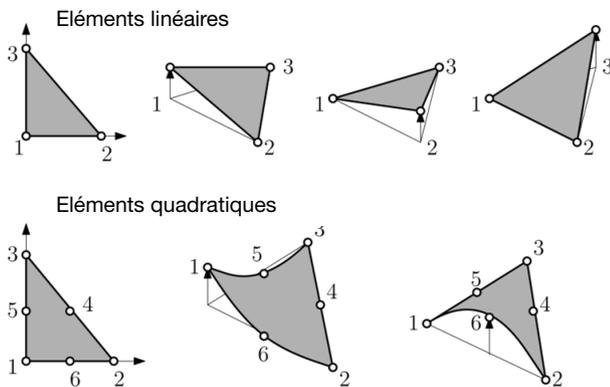


Figure 1 - Éléments triangulaires linéaires et quadratiques

1.4 ÉTAT INITIAL DES CONTRAINTES

L'état initial des contraintes a une double influence sur le résultat des modélisations :

- d'une part, le comportement des couches de terrain est pratiquement toujours non linéaire. En conséquence, il est nécessaire de bien caractériser l'état initial du sol, en particulier l'état des contraintes, parce qu'il conditionne l'apparition ou non de déformations plastiques pour un chargement donné ;
- d'autre part, dans certains cas (par exemple dans la modélisation du creusement d'un tunnel ou de l'exca-

vation du sol devant un écran de soutènement), le chargement mécanique à prendre en compte dépend directement des contraintes initiales.

Malheureusement, il n'est pas toujours aisé d'estimer précisément l'état des contraintes initiales et il faut donc recourir à des hypothèses supplémentaires.

Pour un massif constitué de couches horizontales, on fait souvent l'hypothèse qu'elles sont « géostatiques » (Jaky, 1944, 1948), c'est-à-dire que les contraintes principales sont verticales et horizontales, et varient linéairement en fonction de la profondeur dans chaque couche. Elles sont caractérisées par la donnée, pour chaque couche, de son poids volumique (qui peut en général être estimé de manière fiable) et du coefficient de pression des terres ou repos K_0 (voir §6.2.3.1). La détermination de ce dernier est en revanche beaucoup plus difficile et introduit une incertitude mal maîtrisée.

Si le massif n'est pas constitué de couches horizontales (par exemple si l'on étudie la stabilité d'une pente), on peut faire l'hypothèse que l'on peut approcher l'état de contraintes initial en appliquant des forces de volume égales aux poids volumiques des différentes zones du maillage, à partir d'un état de contraintes nul. On obtient un des états de contraintes compatibles avec l'équilibre et avec la résistance du sol, mais il est difficile de savoir s'il est représentatif de l'état initial réel.

Dans le cas où des ouvrages existants sont situés dans la zone d'influence du projet, il est nécessaire de chercher à simuler l'historique de leur construction de manière à retrouver un état de contrainte représentatif. Par ailleurs, dans le cas de tunnels profonds ou de terrains fortement surconsolidés, la contrainte verticale n'est pas forcément la contrainte majeure et il convient alors de tenir compte de l'histoire géologique du massif (Gysel, 1975).

1.5 PRISE EN COMPTE DU PHASAGE DE CONSTRUCTION

Une autre particularité importante de la modélisation des ouvrages géotechniques réside dans le fait que l'on travaille avec un système matériel « ouvert » : la construction d'un ouvrage comprend souvent une succession d'étapes au cours de laquelle de la matière est enlevée ou apportée au système étudié (opérations d'excavation, mise en place d'une semelle de fondation en béton, de pieux, de tirants, remblaiement derrière une paroi ou au-dessus d'une tranchée couverte, excavation pour la

réalisation d'un ouvrage souterrain, etc.). Les calculs géotechniques supposent donc de pouvoir gérer l'enchaînement de phases de calcul, avec des modifications de la raideur de certaines parties du domaine étudié.

La prise en compte du phasage de construction d'un ouvrage est indispensable dans de nombreuses situations (voir §6.2.2.1). Par exemple, on ne parvient pas à reproduire correctement la distribution des tractions dans les armatures d'un mur en terre armée sans reproduire la construction par phases alternées de remblaiement et de mise en place des armatures.

De même, dans le cas d'un soutènement mettant en œuvre des appuis (butons), on ne peut pas reproduire la redistribution des contraintes dans le massif de manière satisfaisante sans reproduire le phasage de construction.

Les tunnels sont également un exemple d'ouvrage pour lequel le dimensionnement est intimement lié au phasage de réalisation. A titre d'exemple pour un tunnel en sections divisées, chaque partie excavée doit être dimensionnée en tenant compte des reports de contraintes induits par les sections déjà excavées.

Par ailleurs, pour justifier un ouvrage suivant la démarche de l'Eurocode 7 sur la base de modélisations numériques, on doit vérifier la stabilité de l'ouvrage pour toutes les phases intermédiaires.

1.6 MODÉLISATION DES STRUCTURES

1.6.1 ÉLÉMENTS « DE MASSIF » OU ÉLÉMENTS « DE STRUCTURE »

De nombreux ouvrages géotechniques mettent en jeu des structures ou des éléments de renforcement qui sont totalement ou partiellement en contact avec un massif de sol.

Dans le cas d'une fondation comportant un petit nombre de pieux ou d'inclusions rigides relativement peu élargies, ou dans le cas d'une paroi moulée massive, il est possible de représenter la géométrie réelle de la structure.

Mais dans de nombreuses situations, il est impossible ou très difficile de prendre en compte la géométrie réelle. Par exemple, dans le cas d'un mur en terre armée, on ne peut pas représenter de manière précise la géométrie de la section de chaque inclusion (quelques millimètres d'épaisseur et quelques dizaines de millimètres de largeur), parce qu'elle est trop petite par rapport aux dimensions du mur (quelques mètres ou quelques dizaines de mètres). Il en va de même pour un système

de fondations comportant des dizaines de pieux dont le diamètre est très petit devant l'étendue globale du massif étudié. On peut également mentionner le cas des soutènements constitués par des rideaux de palplanches, dont l'épaisseur est trop faible pour qu'on puisse les représenter par des éléments finis « classiques » représentant le volume de matière de ces éléments de structures.

Pour surmonter la difficulté posée par la géométrie de ces parties du système étudié, on peut recourir à des éléments finis spéciaux, souvent appelés « éléments de structure » (voir §4.1) qui présentent la particularité d'avoir une surface nulle (en déformation plane) ou un volume nul (en condition tridimensionnelle). Il existe une terminologie assez variée pour ce type d'éléments finis : en fonction des modélisations mécaniques auxquelles ils correspondent, on parle d'éléments de poutre, de coque, de barre, de câble, de membrane, etc.

Les massifs de sol étant, par contraste, modélisés comme des éléments finis présentant une surface non nulle en 2D ou un volume non nul en 3D, on peut chercher à discuter dans quelles conditions l'association d'éléments finis de types différents donne des résultats corrects ou non. On peut par exemple faire observer que les contraintes de cisaillement appliquées sur les deux faces d'un élément de poutre classique sans épaisseur ne permettent pas en principe d'induire un moment de flexion dans la poutre, ce qui peut conduire à déconseiller ce type de modélisation pour une paroi moulée par exemple.

1.6.2 INTERFACES SOL-STRUCTURE

En plus de leur particularité géométrique (épaisseur nulle), les éléments de structure sont très souvent associés à des matériaux destinés à renforcer le sol, donc beaucoup moins déformables que le massif avec lequel ils sont en interaction. Ce contraste de déformabilité pose la question de la façon dont on décrit le contact entre le sol et les structures.

Dans le cas des tunnels, le contact entre le sol et les structures de soutènement ou revêtement est souvent relativement rugueux du fait de la mise en œuvre de béton projeté sur un parement irrégulier (ouvrages réalisés en méthode conventionnelle) ou de l'injection d'un matériau de comblement (couramment du mortier de bourrage pour une excavation mécanisée). Mais il convient également de tenir compte de la présence des membranes d'étanchéité lorsque celles-ci sont positionnées en extradoss des structures. En fonction des conditions de contact, un déplacement relatif entre la structure et le terrain peut avoir lieu.

Dans le cas d'un soutènement constitué par un mur derrière lequel on constitue un remblai, le matériau de remblai apporté a tendance à se tasser sous l'effet des couches de sol apportées successivement, et à subir des déformations verticales beaucoup plus grandes que celles subies par le mur : il se produit un glissement du matériau de remblai derrière le mur.

Pour prendre en compte ces déplacements relatifs dans la modélisation numérique, il est nécessaire de mettre en œuvre des éléments finis spécifiques (voir §4.2.3). Il peut s'agir :

- d'éléments finis classiques possédant une épaisseur (en général fictive et très inférieure à la taille de l'ouvrage), auxquels on donne des caractéristiques mécaniques réduites de manière à localiser les déformations de cisaillement et à contrôler les efforts transmis entre le sol et la structure
- ou d'éléments sans épaisseur, appelés éléments d'interface (ou « éléments de contact », ou « éléments de joints », etc., selon les programmes de calcul), qui introduisent explicitement une discontinuité du champ de déplacement et des contraintes à l'interface sol-structure, qui peuvent être gérées par un modèle mécanique spécifique.

Avec les éléments finis classiques comme avec les éléments d'interface, on peut associer au contact entre les deux solides une condition de résistance. Les deux approches les plus courantes pour modéliser la résistance du contact sont :

- une condition de résistance en frottement : la contrainte de cisaillement est limitée par une valeur qui dépend de la contrainte normale σ_n et des paramètres de résistance au cisaillement (c et φ) :

$$|\tau| < c + \sigma_n \tan(\varphi)$$

- ou une condition limitant la contrainte de cisaillement à une valeur imposée :

$$|\tau| < q_s$$

Ces conditions sont généralement complétées par un critère de décollement interdisant toute contrainte de traction à l'interface.

Il est intéressant de noter que ce type de modélisation est nécessaire si l'on veut décrire de manière précise la façon dont les efforts sont transmis entre le terrain et la structure, même si le déplacement relatif de glissement entre les deux n'est pas une grandeur à laquelle on s'intéresse.

1.6.3 AUTRES APPROCHES DE L'INTÉRACTION SOL-STRUCTURE

Pour modéliser le fonctionnement des fondations profondes, il est très généralement nécessaire de décrire l'interaction entre le sol et les pieux. L'approche, présentée au paragraphe précédent, qui consiste à introduire des éléments finis d'interface à la surface extérieure du fût n'est valide que si le pieu lui-même est modélisé par des éléments classiques de volume. En revanche, dans certaines situations, cette approche pose problème :

- en condition tridimensionnelle, si on représente un élément élancé (pieu, armature d'un mur en terre armée) par des éléments de poutre (éléments linéaire 1D), on ne peut pas y associer d'éléments représentant l'interface puisque ces éléments linéaires n'ont pas de surface;
- d'autre part, pour une fondation comportant un très grand nombre de pieux, l'introduction d'interfaces autour de chaque pieu dans le maillage devient laborieuse et rapidement impraticable.

Des approches alternatives peuvent être proposées. On peut en particulier mentionner l'existence dans certains programmes de calcul d'éléments de structure « incorporés » dans le massif environnant (voir §4.2.4), de procédures d'homogénéisation plus ou moins complexes du comportement du massif renforcé, ainsi que d'autres approches moins classiques (éléments linéiques comportant un degré de liberté supplémentaire pour représenter le glissement sol-structure et gérer la transmission des efforts).

1.7 SYNTHÈSE

La réalisation d'une modélisation numérique pour l'étude du comportement d'un ouvrage géotechnique suppose de bien définir les objectifs du calcul et les phénomènes qui doivent être pris en compte. La démarche impose de faire des choix en premier lieu sur le type d'analyse à conduire, puis la géométrie du modèle, l'étendue du maillage, les conditions aux limites, etc. Bien que la méthode des éléments finis soit capable de prendre en compte une grande diversité de situations et de détails, le meilleur choix n'est pas forcément celui du modèle le plus complexe. Il faut se méfier des modélisations numériques comportant un excès de détails complexes. Celles-ci

sont difficiles à maîtriser et donnent une impression trompeuse de sophistication. Par ailleurs, la multiplication des phases de calcul, et de mauvais choix des paramètres peuvent rendre la préparation et la réalisation pratique des calculs très difficiles. On peut recommander, si les outils s'y prêtent, de commencer par une étude simplifiée, avec une augmentation progressive de la complexité du modèle. Le contrôle des résultats et de la cohérence de la modélisation peut alors passer par la comparaison des résultats de ces modèles simplifiés avec ceux obtenus par d'autres méthodes de calculs (approches empiriques ou semi empiriques, approches analytiques, calculs aux coefficients de réactions, etc.). Dans tous les cas, une étude attentive des résultats et une étude de la sensibilité des résultats aux paramètres dont la valeur est déterminée avec une certaine imprécision font partie d'une stratégie de modélisation efficace. On se reportera pour cela à la suite de ce document, notamment le chapitre 6.

1.8 RÉFÉRENCES

- Gysel, M. (1975). 'In-situ stress measurements of the primary stress state in the Sonnenberg tunnel in Lucerne', Switzerland, *Tectonophysics*, 29, pp. 301-314.
- Jaky, J. (1944). 'The coefficient of earth pressure at rest', *Journal of the Society of Hungarian Architects and Engineers*, Budapest, Hungary, pp. 355-358 (in Hungarian).
- Jaky, J. (1948). 'Pressure in silos', *Proceedings of 2nd International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, 1: pp.103-107
- Mestat, P. (1993). 'Lois de comportement des géomatériaux et modélisation par la méthode des éléments finis', *Etudes et recherches des laboratoires des ponts et chaussées*, série géotechnique, GT52, 193 pages.
- Panet, M. (1995). 'Le calcul des tunnels par la méthode convergence-confinement', *Presse de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées*.

2 LOIS DE COMPORTEMENT

2.1 INTRODUCTION

2.2 NOTIONS DE BASE

2.3 DESCRIPTION D'UNE LOI DE COMPORTEMENT ÉLASTOPLASTIQUE

2.4 QUELQUES MODÈLES USUELS

2.5 RÉFÉRENCES

2 LOIS DE COMPORTEMENT

L'attention du lecteur est attirée sur le choix fait dans ce guide de ne présenter que des lois de comportement largement répandues dans la pratique de l'ingénierie géotechnique. En particulier, des lois avancées tenant compte de phénomènes complexes tels que le radoucissement, le fluage ou encore le degré de saturation des sols ne sont volontairement pas abordées ici. Certaines notions générales développées dans ce chapitre peuvent néanmoins s'y appliquer.

2.1 INTRODUCTION

Une loi de comportement est une relation mathématique entre le tenseur des contraintes et le tenseur des déformations. Cette relation est définie au niveau du point matériel et suppose qu'un volume élémentaire représentatif peut être défini. On se place donc à l'échelle macroscopique : le matériau sol est vu comme un milieu continu et homogène à l'échelle du point matériel¹. La microstructure du sol n'est alors pas prise en compte explicitement.

Une loi de comportement vise à simuler le comportement contraintes-déformations du matériau. Le niveau de complexité qui doit être choisi pour cette relation dépend de la finesse avec laquelle le comportement doit être modélisé, du niveau de connaissance des caractéristiques du matériau ainsi que de l'application visée. Un même matériau peut être modélisé en utilisant différentes lois de comportement selon la situation étudiée : niveau de chargement, type de sollicitations, phase d'étude, objectif de modélisation, etc.

En géotechnique, selon l'application, la finalité du calcul numérique peut être de déterminer une résistance ou un facteur de sécurité (il faut alors caractériser la rupture du matériau) ou alors de modéliser les déplacements au sein du massif de sol ou de la géostructure (on s'intéresse aux

déformations, notamment irréversibles). Dans le premier cas, l'estimation des déformations dans le sol n'est pas nécessairement pertinente ou intéressante et il n'est pas utile d'investir du temps dans la détermination de paramètres supplémentaires.

Le comportement des sols se caractérise par de fortes non-linéarités et une irréversibilité marquée. Selon le niveau de déformation ou de sollicitation, les sols subissent des déformations irréversibles plus ou moins importantes, que ce soit lors de chargements unidimensionnels, isotropes ou déviatoriques. Lorsque les sollicitations déviatoriques sont significatives, le sol peut atteindre un niveau de sollicitation tel qu'une légère augmentation de la sollicitation entraîne des déformations significatives. On parle alors de rupture du matériau². Une conséquence importante de cette particularité (non-linéarité et caractère irréversible) du comportement des sols est que le comportement simulé dépend de l'état initial (notamment de l'état initial des contraintes). Le calcul numérique en géotechnique doit donc prêter une attention particulière à la définition de l'état initial du massif.

Lorsque les sollicitations sont faibles (i.e. les contraintes restent proches des contraintes initiales), le niveau des déformations induites peut être faible et celles-ci sont alors considérées comme réversibles. On se place alors dans un formalisme élastique, éventuellement non-linéaire. Au-delà d'un certain niveau de perturbation de l'état initial (il conviendra de définir un critère), des déformations irréversibles vont apparaître et dominer la réponse du sol, bien avant que la rupture ne soit atteinte. Le formalisme mécanique (mathématique) utilisé dans ce cas s'inscrit dans la théorie de la plasticité. On utilise des modèles dits élastoplastiques ; ce sont les modèles les plus couramment utilisés en géotechnique pour les modélisations numériques (Darve, 2001, Hicher et Shao, 2002a et 2002b).

Il est à noter que les modèles élastoplastiques regroupent de nombreuses sous-catégories. Ce chapitre se limite à une sélection de modèles utilisés en pratique. Des modèles élastoplastiques avancés ont été développés pour rendre compte du comportement des sols sous sollicitations cycliques (Prévost, 1977, Zienkiewicz, et al.,

¹ Dans le cadre de la méthode des éléments finis, c'est le niveau où la loi de comportement est intégrée, cette échelle est celle du point de Gauss.

² Cette rupture correspond à une perte de contrôle du chargement lors d'un essai de laboratoire, si le pilotage est réalisé en effort. D'un point de vue numérique, la situation correspond à une non-convergence du calcul, lorsque l'état de contrainte visé n'est plus compatible avec la résistance du matériau.

1985). Les phénomènes de fluage ou, plus généralement, la viscosité des sols peuvent également être modélisés dans un cadre élastoplastique (Adachi and Oka, 1982, Borja and Kavazanjian, 1985, Liingaard, Augustesen and Lade, 2004, Leroueil, 2006).

L'élastoplasticité n'est pas le seul cadre possible pour rendre compte du comportement non-linéaire des géomatériaux. Dans le cas des roches (et des bétons), la dégradation mécanique des modules élastiques est modélisée par le biais de modèles d'endommagement (Cordebois and Sidoroff, 1982; Dragon and Halm, 1996). Ces modèles ne prévoient pas, par définition, de déformations irréversibles mais seulement une réduction des modules mécaniques. Ces aspects ne sont pas abordés dans ce document. On ne traite pas non plus de la modélisation des massifs discontinus.

Dans la suite, nous rappelons les notions utiles à la définition des lois de comportement puis nous présentons les principaux ingrédients définissant ces modèles. Ce document se termine finalement par la présentation de quelques modèles classiques.

2.2 NOTIONS DE BASE

2.2.1 CONTRAINTES ET DÉFORMATIONS

Une loi de comportement a vocation à être implémentée dans un code de calcul numérique (aux éléments finis ou aux différences finies). Afin que leur formulation ne dépende pas du repère de l'espace utilisé, les modèles de comportement sont généralement définis en utilisant les invariants des tenseurs des contraintes et des déformations.

Dans ce document, la convention de signe correspond à la convention usuelle en mécanique des sols. Les contraintes sont comptées positivement en compression et les déformations en contraction.

Les tenseurs des contraintes³ et des déformations sont décrits dans un repère cartésien orthonormé ($Oxyz$), par les relations suivantes :

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} & \varepsilon_{yz} & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix}$$

Dans le repère principal, ces tenseurs s'écrivent :

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix} \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{pmatrix}$$

On rappelle que l'interaction mécanique du sol avec l'eau interstitielle est gérée usuellement par l'intermédiaire du tenseur des contraintes effective $\boldsymbol{\sigma}'$ défini comme⁴ :

$$\boldsymbol{\sigma}' = \boldsymbol{\sigma} - u_w \cdot \boldsymbol{\delta}$$

où u_w est la pression interstitielle et $\boldsymbol{\sigma}$ le tenseur des contraintes totales. Dans la suite du document, la notation avec « ' » correspond à cette contrainte effective lorsque la distinction est jugée nécessaire.

2.2.2 INVARIANTS, GÉNÉRAUX ET TRIAXIAUX

Les invariants du tenseur des contraintes sont :

$$I_1 = \text{tr}(\boldsymbol{\sigma}) \quad I_2 = \frac{1}{2} \text{tr}(\boldsymbol{\sigma}^2) \quad I_3 = \frac{1}{3} \text{tr}(\boldsymbol{\sigma}^3)$$

Écrits en fonction des contraintes principales⁵, ils s'expriment :

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \quad I_2 = \frac{1}{2} (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2)$$

$$I_3 = \frac{1}{3} (\sigma_1^3 + \sigma_2^3 + \sigma_3^3)$$

Il est utile d'introduire le tenseur déviateur des contraintes :

$$\boldsymbol{s} = \boldsymbol{\sigma} - \frac{\text{tr}(\boldsymbol{\sigma})}{3} \boldsymbol{\delta}$$

ainsi que ses invariants :

$$J_1 = \text{tr}(\boldsymbol{s}) \quad J_2 = \frac{1}{2} \text{tr}(\boldsymbol{s}^2) \quad J_3 = \frac{1}{3} \text{tr}(\boldsymbol{s}^3) = \det(\boldsymbol{s})$$

Par construction, $J_1 = 0$. En fonction des contraintes principales, le deuxième invariant du déviateur des contraintes s'écrit :

$$J_2 = \frac{1}{6} ((\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2)$$

³ Le tenseur des contraintes est symétrique et ne compte que six composantes indépendantes. On utilise parfois, par commodité, la notation de Voigt : $\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \sigma_{xy}, \sigma_{xz}, \sigma_{yz})^t$

⁴ Ici on note $\boldsymbol{\delta}$, le tenseur unité ou tenseur d'identité : $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

⁵ σ_1 est supposée être la contrainte principale majeure et σ_3 la contrainte principale mineure i.e. $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$.

Le troisième invariant du tenseur \mathbf{s} est relié à l'angle dit de Lode θ selon :

$$\sin(3\theta) = \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3}{J_2^{3/2}}$$

Tout état de contrainte peut être défini à l'aide des trois invariants (et de la connaissance des directions principales). Étant donné que la partie déviatorique joue un rôle important dans le comportement général des sols, il est d'usage d'utiliser les invariants I_1, J_2 et J_3 .

Pour des états de contrainte classiques au laboratoire, ces invariants se simplifient grandement. Par exemple, lorsque la contrainte est isotrope :

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} p & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & p \end{pmatrix}$$

$$I_1 = 3p \quad J_2 = 0 \quad J_3 = 0$$

Lorsque l'état de contrainte est uniaxial :

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$I_1 = \sigma_1 \quad J_2 = \frac{1}{3} \sigma_1^2 \quad J_3 = \frac{2}{27} \sigma_1^3$$

Lorsque l'état de contrainte est triaxial (de révolution) :

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix}$$

$$I_1 = \sigma_1 + 2\sigma_3 \quad J_2 = \frac{1}{3} (\sigma_1 - \sigma_3)^2 \quad J_3 = \frac{2}{27} (\sigma_1 - \sigma_3)^3$$

On peut remarquer, si on introduit les invariants « triaxiaux » p et q , qu'ils sont bien fonction des invariants généraux :

$$p = \frac{1}{3} (\sigma_1 + 2\sigma_3) = \frac{I_1}{3} \quad q = (\sigma_1 - \sigma_3) = \sqrt{3J_2}$$

Une démarche similaire peut être entreprise pour les déformations. Dans l'espace triaxial, en considérant un état de déformation triaxial de révolution, les invariants des déformations sont donnés par :

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{pmatrix}$$

$$\varepsilon_v = \varepsilon_1 + 2\varepsilon_3 \quad \varepsilon_s = \frac{2}{3} (\varepsilon_1 - \varepsilon_3)$$

On peut montrer, d'un point de vue thermodynamique, que les contraintes et les déformations élastiques sont des variables associées (Maugin, 1992). Dans le cas des sols, c'est en fait la contrainte effective de Terzaghi qui est associée⁶ aux déformations élastiques. Cette caractéristique entraîne des implications intéressantes : une variation de contrainte effective ne peut avoir lieu que si les déformations élastiques évoluent également⁷. Dans des conditions triaxiales, les variables associées sont ainsi ε_v^e et p' , d'une part, et ε_s^e et q , d'autre part. Lorsque l'on réalise un essai triaxial consolidé non-drainé sur un matériau isotrope, la condition de non-drainage impose que les déformations volumiques soient nulles (en supposant que l'eau interstitielle et le squelette solide sont incompressibles). On a donc $\varepsilon_v^e = 0$ et donc $dp' = 0$. En conséquence, dans le domaine élastique, le chemin des contraintes effectives est nécessairement vertical dans l'espace (p', q) .

2.2.3 RUPTURE, CRITÈRE DE RUPTURE

On peut définir la rupture dans les sols comme le phénomène correspondant à l'apparition de déformations (ou déplacements) « non-contrôlées » induites par une augmentation de la sollicitation. La rupture concerne le comportement en cisaillement. L'augmentation de la sollicitation menant à la rupture ne correspond pas nécessairement à une augmentation de contrainte moyenne. Par exemple, dans le cas d'une excavation, c'est bien le déchargement qui induit la rupture, par le biais d'une augmentation du déviateur des contraintes. On peut noter qu'il n'est pas pertinent, pour les applications courantes, de considérer la rupture d'un sol sous sollicitations isotropes de compression.

⁶ Cela peut être démontré rigoureusement, sous l'hypothèse de l'incompressibilité de la phase solide.

⁷ Dans le contexte de la loi élastique linéaire qui porte son nom, Hooke a énoncé, en 1678, « Ut tensio sic vis », i.e. « telle extension, telle force », ce qui est équivalent à « pas de chargement sans déformation [élastique] ».

L'étude et l'analyse des conditions de la rupture d'un terrain constituent un enjeu majeur en géotechnique. Dans cet objectif, des critères ont été définis permettant de caractériser si un état du sol donné pourrait ou non donner lieu à une rupture. Un critère de rupture est défini en termes de contraintes. Il délimite, dans l'espace des contraintes, deux zones : une zone dans laquelle les contraintes subies par l'élément de sol sont admissibles et une zone dans laquelle les états de contrainte ne peuvent pas être appliqués au sol sans qu'il ne rompe. Le critère correspond à la définition de la frontière entre ces deux domaines : une surface dans l'espace tridimensionnel des contraintes, une courbe ou une ligne en deux dimensions dans le plan (p, q) par exemple.

Le critère de rupture le plus utilisé pour les sols est le critère de Mohr Coulomb. Il décrit, à l'aide de seulement deux paramètres à déterminer, la résistance au cisaillement d'un sol.

2.2.4 PLASTICITÉ

De façon générale, un sol peut se comporter de manière réversible ou irréversible selon le niveau de sollicitation qu'il subit, sans que la rupture ne soit atteinte. Par définition, lorsque le comportement est réversible, on parle d'élasticité. Dans le cas contraire, le formalisme le plus courant pour décrire le comportement irréversible correspond à la théorie de la plasticité. Formellement, on définit dans l'espace des contraintes un domaine élastique au sein duquel tout changement de contrainte ne produira que des déformations élastiques (réversibles). Ce domaine, frontière incluse, contient nécessairement l'état initial des contraintes. La frontière de ce domaine permet de définir un critère de plasticité, au sens où lorsque le point représentatif de l'état de contrainte atteint la frontière et que le chargement « augmente » des déformations plastiques se développent. Dans le cadre de l'élastoplasticité classique, le point représentatif de la contrainte ne peut en aucun cas franchir cette frontière.

Deux cas sont alors à distinguer. Le premier correspond à une frontière fixe : le domaine élastique ne varie pas quelle que soit l'évolution des sollicitations. On parle de plasticité parfaite et la génération de déformations plastiques va plutôt correspondre à la rupture du matériau (le critère de plasticité est équivalent au critère de rupture). Le second cas correspond à un matériau pour lequel cette frontière élastique évolue au cours du chargement. La génération de déformations plastiques permet alors de déplacer la limite d'élasticité. On parle d'un matériau écrouissable. Lorsque le domaine élastique s'agrandit au cours d'un chargement plastique, on parle d'écrouis-

sage positif. Lorsqu'au contraire la taille de ce domaine diminue, on parle d'écrouissage négatif (radoucissement).

Il est important de distinguer l'apparition de déformations plastiques de la rupture. Pour bien s'en convaincre, il suffit de constater que lors du chargement d'un échantillon à l'œdomètre, il y a apparition de déformations plastiques (irréversibles) sans pour autant qu'il y ait rupture du matériau.

2.2.5 PARAMÈTRES

Une loi de comportement introduit un certain nombre de paramètres. Le « prix » à payer pour une loi raffinée ou sophistiquée est le nombre croissant de paramètres à déterminer, par le biais d'essais de laboratoire ou de corrélations à partir de données de terrain voire par essai-erreur.

2.3 DESCRIPTION D'UNE LOI DE COMPORTEMENT ÉLASTOPLASTIQUE

En mécanique des sols, les comportements sont quasi systématiquement non-linéaires. En conséquence, les lois de comportement sont définies de manière incrémentale : elles relient les incréments de déformation aux incréments de contrainte (effective).

Tous les modèles élastoplastiques présentés ici considèrent des petites déformations et par conséquent que le tenseur des déformations peut se décomposer comme la somme d'une partie élastique et d'une partie plastique :

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^p$$

soit, de façon incrémentale :

$$d\boldsymbol{\varepsilon} = d\boldsymbol{\varepsilon}^e + d\boldsymbol{\varepsilon}^p$$

2.3.1 ELASTICITÉ

Une propriété importante de l'élasticité est que les déformations subies par le matériau ne dépendent que des états initial et final des sollicitations qui lui sont appliquées. Deux chemins de sollicitations différents dont les états de contraintes initial et final sont identiques conduisent au même état final de déformations.

Un comportement élastique traduit un comportement réversible. Mais attention, élasticité ne signifie pas nécessairement linéarité.

La loi élastique la plus simple considère un matériau isotrope avec un comportement linéaire. Dans ces conditions, la loi correspond à la loi de Hooke. Elle nécessite deux paramètres pour être définie : un module de Young E et un coefficient de Poisson ν , ou un module de compressibilité K et un module de cisaillement G .

Un comportement élastique non-linéaire se traduit par une dépendance des modules élastiques vis-à-vis de l'état de contrainte ou de déformation. De nombreuses

fonctions ont été proposées et sont présentées dans la littérature pour décrire ces dépendances des modules. Des exemples sont donnés dans la suite de ce chapitre (voir §2.4). Il est intéressant de souligner le cas de la dégradation des modules élastiques (Atkinson and Salfors, 1991). Il s'agit de représenter le fait que la valeur du module apparent dépend du niveau de déformation induit par l'ouvrage à construire (Figure 2).

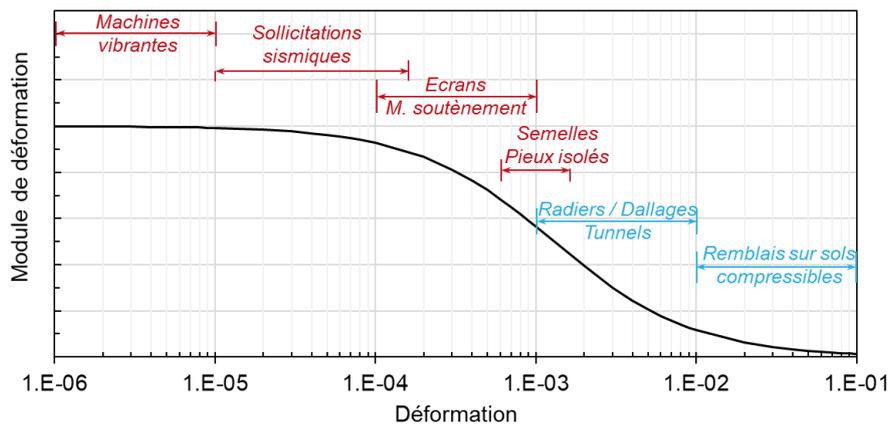


Figure 2 - Variation du module de déformation avec la déformation induite par l'ouvrage à construire ou celle mesurée par les essais mécaniques

2.3.2 SURFACE DE CHARGE – CRITÈRE DE PLASTICITÉ

Cette surface délimite le domaine élastique. Comme indiqué plus haut, les déformations plastiques apparaissent lorsque le point représentatif de l'état de contrainte atteint cette frontière. Cette surface est définie de telle sorte qu'elle introduit un critère qui permet de déterminer si des déformations plastiques se développent pour l'incrément de charge en cours d'analyse. Formellement, ce critère est décrit comme une fonction mathématique $f(\sigma, \mathbf{X})$ du tenseur des contraintes (et, éventuellement, d'autres variables \mathbf{X} caractérisant l'état du matériau comme les déformations plastiques accumulées, etc.). Une telle fonction est aussi appelée fonction de charge. Trois cas se présentent alors (avec σ_* l'état de contrainte prévu en fin d'incrément, obtenu typiquement via une prédiction élastique) :

- $f(\sigma_*, \mathbf{X}) < 0$: l'état de contrainte est dans le domaine élastique et l'incrément de déformation sera purement élastique ;

- $f(\sigma_*, \mathbf{X}) = 0$: l'état de contrainte se situe sur la frontière du domaine élastique et lors d'un « chargement » (incrément dirigé vers l'extérieur du domaine élastique) l'incrément de déformation comporte une composante plastique. On note que lors d'un « déchargement » l'incrément de déformation sera uniquement élastique ;
- $f(\sigma_*, \mathbf{X}) > 0$: l'état de contrainte n'est pas admissible.

Lorsque le critère de plasticité indique que des déformations plastiques apparaissent, il convient de déterminer l'orientation ainsi que l'amplitude de l'incrément de déformation plastique.

L'amplitude (norme du tenseur ou du vecteur) se détermine en appliquant la condition dite de consistance, qui impose que le point représentatif de l'état de contrainte ne sorte jamais du domaine élastique (et ce, que le modèle considère une plasticité parfaite ou un écrouissage).

L'orientation de l'incrément peut être vue comme la direction du vecteur représentant l'incrément des déforma-

tions plastiques. Dans l'espace triaxial (p,q) , cela revient à déterminer le rapport entre les parties déviatoriques et volumiques des déformations. Pour caractériser cette orientation, on définit généralement « la règle d'écoulement plastique ».

2.3.3 POTENTIEL PLASTIQUE – RÈGLE D'ÉCOULEMENT PLASTIQUE (DONT DILATANCE)

Cette règle introduit un potentiel plastique généralement décrit à l'aide d'une fonction de charge $g(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{X})$ (on construit alors une famille de surfaces dans l'espace des contraintes tels que $g(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{X}) = \text{cste}$). Elle stipule que le taux d'écoulement plastique dérive de ce potentiel (l'incrément des déformations plastiques est orienté dans la direction de la normale à la surface passant par le point représentant l'état de contrainte, qui se trouve, par construction, sur la surface de charge également). Le potentiel plastique le plus simple est $f=g$ (incrément plastique normal à la surface de charge). On parle alors de modèle de comportement associé ou de règle d'écou-

lement normale. Cependant, pour les sols, une règle d'écoulement normale décrit généralement mal les déformations volumiques lors d'un chargement plastique. Il est alors nécessaire de définir un potentiel plastique g distinct de la surface de charge f . Les déformations plastiques sont alors définies par la relation suivante :

$$d\boldsymbol{\varepsilon}^p = d\lambda \frac{\partial g}{\partial \boldsymbol{\sigma}}$$

Le terme $d\lambda$ est alors défini comme le multiplicateur donnant l'amplitude de l'incrément de déformation plastique. On note alors que le potentiel plastique est défini à une constante près, et qu'il est évalué au niveau du point représentatif de l'état de contrainte par l'intermédiaire de son gradient uniquement.

La Figure 3 illustre l'effet d'une règle d'écoulement en plasticité non associée : l'incrément de déformation plastique $d\boldsymbol{\varepsilon}^p$, calculé au point actuel de contrainte situé sur la surface de charge $f(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{X}) = 0$, est normal au potentiel plastique $g(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{X}) = \text{cste}$.

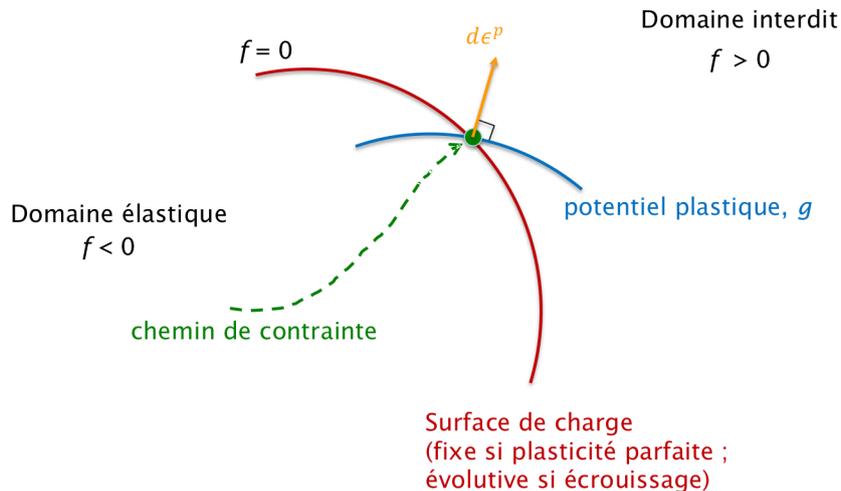


Figure 3 - Illustration de la règle d'écoulement

2.3.4 LOI D'ÉCROUISSAGE

En dehors du cadre de la plasticité parfaite, il convient de décrire comment le domaine élastique évolue avec le chargement (on parle d'écroissage). Des variables internes, décrivant l'état du matériau, sont alors définies. Il est usuel de considérer que ces variables internes dépendent des déformations plastiques. On distingue (Figure 4) un écroissage isotrope (lorsque la taille du

domaine élastique s'agrandit ou rétrécit avec l'accumulation des déformations plastiques) et un écroissage cinématique (lorsque la taille du domaine reste fixe mais que le domaine se déplace dans l'espace des contraintes). L'écroissage cinématique est notamment bien adapté pour les chargements cycliques. L'écroissage isotrope est le plus couramment utilisé dans les modèles élasto-plastiques. Certains modèles complexes combinent ces deux types d'écroissage.

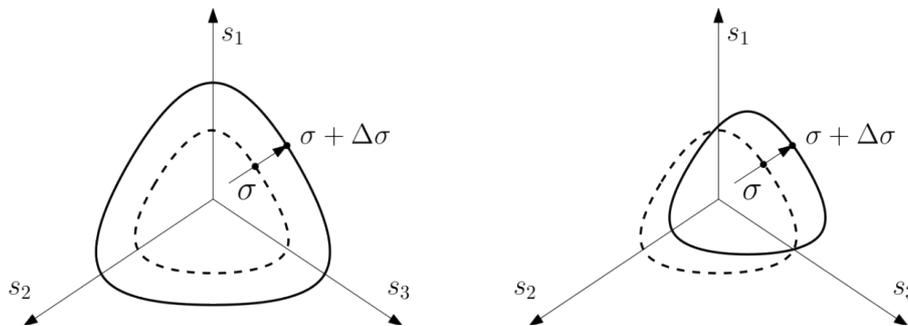


Figure 4 - Illustration de l'effet d'un écroissage isotrope (gauche) et cinématique (droite) dans le plan déviatorique.

Un exemple d'écroissage couramment rencontré correspond à une compression oedométrique (Figure 5). En effet, la contrainte de préconsolidation correspond à la variable d'écroissage et elle augmente au même rythme que la charge verticale appliquée lorsque cette

dernière atteint cette contrainte de préconsolidation. Cette augmentation s'accompagne de déformations plastiques, que l'on observe en appliquant un cycle déchargement-rechargement.

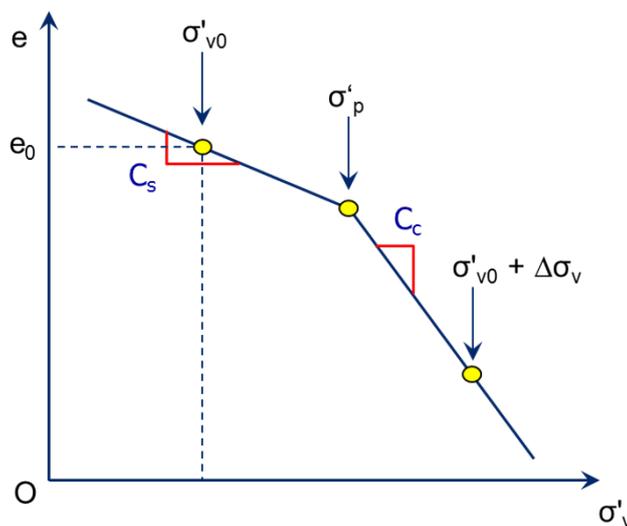


Figure 5 - Essai oedométrique idéalisé

2.3.5 RÉSOLUTION

En termes de résolution au niveau du point matériel, la variable d'entrée est l'incrément de déformation « totale » (somme des parts élastique et plastique). On fait d'abord une prédiction élastique de l'incrément des contraintes. Si le critère de plasticité n'est pas atteint (fonction de charge négative), l'incrément est accepté. Si le critère est dépassé (fonction de charge positive), l'incrément n'est pas acceptable et il faut corriger les contraintes pour tenir compte de la plastification du sol. Il faut alors déterminer l'incrément des déformations plastiques. Cela est réalisé en utilisant la condition de consistance (cette condition va permettre de déterminer l'amplitude de la déformation plastique en tenant compte de la loi d'érouissage) ainsi que la règle d'écoulement

(qui donne la direction de l'incrément de déformation plastique). On peut ensuite calculer la correction de contrainte à appliquer.

On note σ'_* le point correspondant à la prédiction élastique de l'incrément. Si ce point ne vérifie pas le critère de plasticité ($f > 0$), il doit être ramené sur la surface de charge (en tenant compte de son érouissage le cas échéant). La correction de la contrainte $\delta\sigma'$ correspond alors à l'incrément de déformations plastiques (elle respecte donc la règle d'écoulement). La Figure 6 illustre le principe de processus.

Le calcul des déformations plastique est réalisé ainsi de façon itérative jusqu'à atteindre un état global acceptable (f inférieur ou égal à 0 en tout point). La description de ces processus de résolution est abordée dans le chapitre 3.

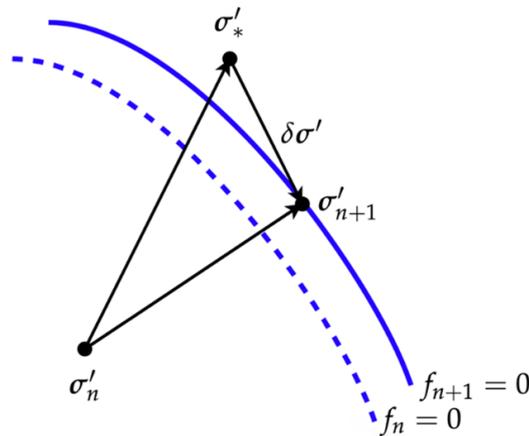


Figure 6 - Illustration de la correction plastique entre deux incréments n et $n+1$ pour une surface de charge f avec érouissage.

2.4 QUELQUES MODÈLES USUELS

2.4.1 MODÈLE LINÉAIRE ÉLASTIQUE

Il s'agit du modèle de base. Le sol est assimilé à un matériau élastique caractérisé par un module de Young et un coefficient de Poisson. L'hypothèse d'un comportement élastique peut être légitime pour certains types de problèmes géotechniques comme il est expliqué en §6.3.1.

Ce modèle nécessite donc 2 paramètres :

- Module de Young E Elasticité
- Coefficient de Poisson ν Elasticité

Le Tableau 1 présente les principaux éléments constitutifs de ce modèle.

Tableau 1 - Constitution d'un modèle linéaire élastique

Elasticité	$d\varepsilon_v^e = \frac{dp'}{K}$	$K = \frac{E}{3(1-2\nu)}$
	$d\varepsilon_s^e = \frac{dq}{3G}$	$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$

2.4.2 MODÈLE ÉLASTOPLASTIQUE PARFAIT AVEC CRITÈRE DE MOHR COULOMB

Ce modèle est un modèle à surface d'états limites non fermée sans écoulement. En l'absence d'écrouissage, la rupture est atteinte dès que l'état de contraintes se trouve sur la surface d'états limites. Dans sa version la plus simple, l'élasticité est linéaire. Une fois la rupture atteinte,

l'écoulement plastique est dicté par l'angle de dilataance. Lorsque la cohésion n'est pas nulle, le modèle peut prévoir une résistance à la traction pour le sol. Certaines versions de ce modèle implémentées dans les codes de calcul tiennent compte d'un critère de rupture en traction, souvent donné par une valeur forfaitaire de traction à ne pas dépasser.

La Figure 7 illustre le principe de ce modèle.

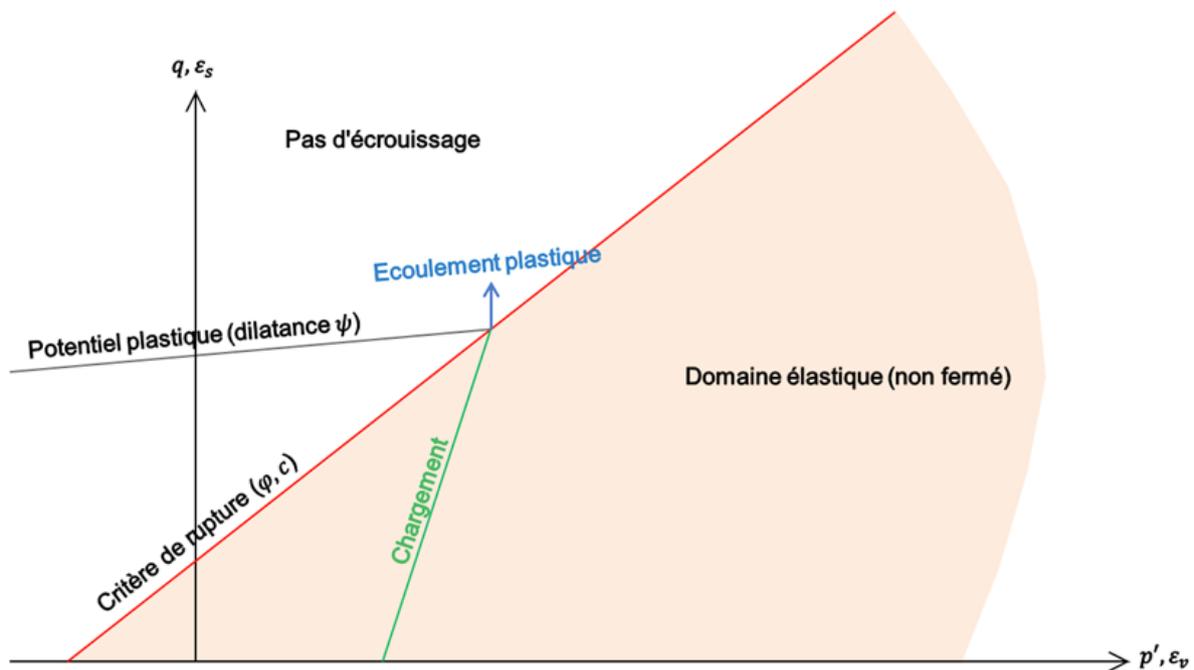


Figure 7 - Illustration d'un modèle élastoplastique parfait avec critère de Mohr Coulomb

Ce modèle nécessite 5 paramètres :

- Module de Young E Elasticité
- Coefficient de Poisson ν Elasticité
- Angle de frottement φ Plasticité (états limites)
- Cohésion c Plasticité (états limites)
- Angle de dilataance ψ Plasticité (écoulement plastique)

Le Tableau 2 présente les principaux éléments constitutifs de ce modèle.

Tableau 2 - Constitution d'un modèle élastoplastique parfait avec critère de Mohr Coulomb

Elasticité	$d\varepsilon_v^e = \frac{dp'}{K} \quad K = \frac{E}{3(1-2\nu)}$ $d\varepsilon_s^e = \frac{dq}{3G} \quad G = \frac{E}{2(1+\nu)}$
Surface d'états limites	<p>En fonction des contraintes principales ($\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$) :</p> $f(\boldsymbol{\sigma}) = (\sigma_1 - \sigma_3) - (\sigma_1 + \sigma_3) \sin\varphi - 2c \cos\varphi = 0$ <p>En fonction de l'angle de Lode θ :</p> $q = \frac{6 \sin\varphi}{3 - \sin 3\theta} p + \frac{6 \cos\varphi}{3 - \sin 3\theta} c$ <p>Compression triaxiale :</p> $q = \frac{6 \sin\varphi}{3 - \sin\varphi} p + \frac{6 \cos\varphi}{3 - \sin\varphi} c$ <p>Extension triaxiale :</p> $q = \frac{6 \sin\varphi}{3 + \sin\varphi} p + \frac{6 \cos\varphi}{3 + \sin\varphi} c$
Paramètre écrouissage	Néant
Loi d'écrouissage	Néant
Ecoulement plastique	<p>Règle d'écoulement :</p> $\frac{d\varepsilon_v^p}{d\varepsilon_s^p} = -\sin\psi \quad (\text{pour un mécanisme actif})$ <p>Potentiel plastique :</p> $g(\boldsymbol{\sigma}) = (\sigma_1 - \sigma_3) - (\sigma_1 + \sigma_3) \sin\psi$

2.4.3 MODÈLE DE CAM-CLAY MODIFIÉ

Ce modèle (Roscoe, Schofield and Wroth, 1958; Roscoe, Schofield and Thurairajah, 1963; Schofield and Wroth, 1968) est un modèle à surface d'états limites fermée avec écoulement associé. Les surfaces d'états limites conservent leur forme elliptique au cours de l'écoulement. La loi d'écoulement relie l'extrémité p_0 de l'ellipse à la déformation volumique plastique. L'écoulement plastique dérive

d'un potentiel dont l'équation est identique à celle des surfaces d'états limites (écoulement plastique associé). L'élasticité est non linéaire et la rupture est atteinte au point de l'ellipse pour lequel le vecteur d'écoulement plastique est vertical (sommet de l'ellipse).

La Figure 8 illustre le principe de ce modèle.

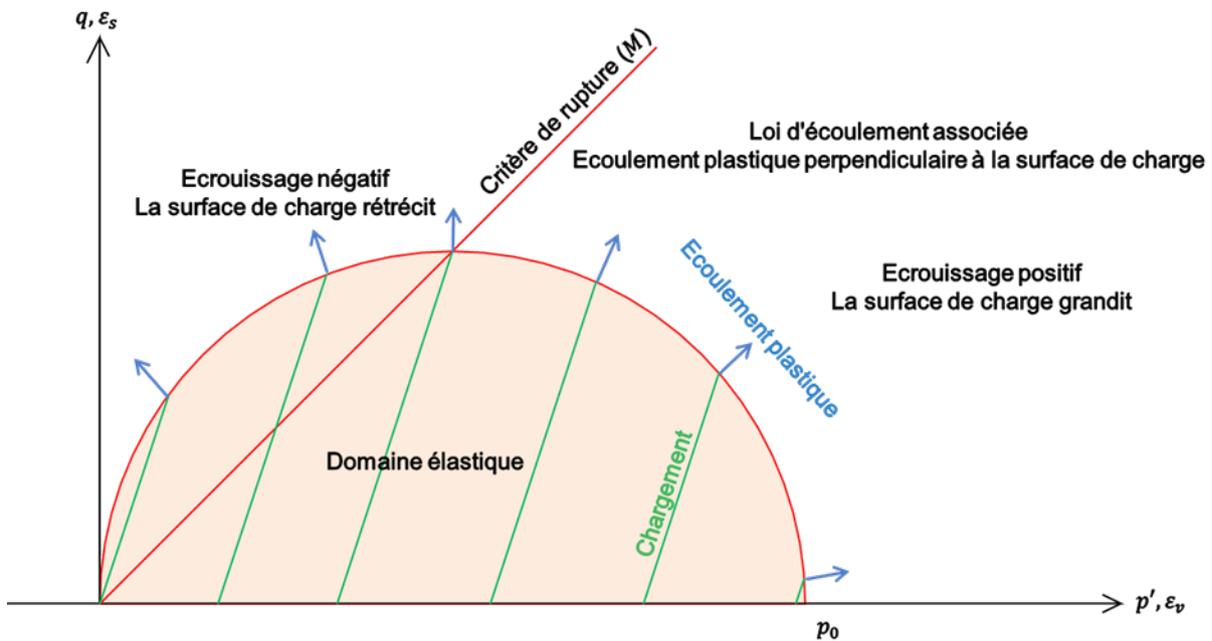


Figure 8 - Illustration du modèle de Cam-Clay modifié

Ce modèle nécessite 4 paramètres :

- Coefficient de recompression κ^* Elasticité
- Coefficient de Poisson ν_{ur} Elasticité
- Coefficient de compressibilité λ^* Plasticité (écrouissage)
- Forme ellipse M Plasticité (états limites, écoulement plastique)

Le Tableau 3 présente les principaux éléments constitutifs de ce modèle.

Tableau 3 - Constitution du modèle Cam-Clay modifié

Elasticité	$d\varepsilon_v^e = \frac{\kappa^*}{p} dp$ $d\varepsilon_s^e = \frac{dq}{3G} \quad G = \frac{3(1-2\nu_{ur})}{2(1+\nu_{ur})} \frac{p}{\kappa^*}$
Surface d'états limites	$q^2 - M^2 p(p_0 - p) = 0$
Paramètre écrouissage	$d\varepsilon_v^p$
Loi d'écrouissage	$dp_0 = \frac{p_0}{\lambda^* - \kappa^*} d\varepsilon_v^p$
Ecoulement plastique	$\frac{d\varepsilon_v^p}{d\varepsilon_s^p} = M^2 \frac{2p - p_0}{2q}$

La mise en œuvre de ce modèle appelle les commentaires suivants :

- du paramètre M dépendent le coefficient de pression des terres au repos en consolidation normale K_0^{nc} et le critère de rupture représenté par la pente M . Il n'est généralement pas possible d'obtenir le paramètre K_0^{nc} mesuré en fixant le paramètre M à partir de la rupture ;
- le paramètre p_0 définit l'abscisse de l'extrémité de l'ellipse ;
- le paramètre λ^* est le pendant de l'indice de compression $C_c / (1+e_0)$ pour un essai de compression isotrope. En remarquant que le ratio σ_h / σ_v reste constant dans un essai œdométrique, il peut être démontré que :

$$\lambda^* = \frac{C_c}{(1+e_0) \ln 10}$$

- le paramètre κ^* est le pendant de l'indice de décompression – recompression $C_s / (1+e_0)$ pour un essai de compression isotrope. Il n'existe pas de relation générale entre κ^* et $C_s / (1+e_0)$ car le ratio σ_h / σ_v n'est pas constant en rechargement déchargement ;
- attention à ne pas confondre K_0^{nc} qui est une donnée intrinsèque au sol et K_0 qui caractérise l'état des contraintes initiales. K_0 peut être différent selon l'état de consolidation de l'échantillon.

Le modèle Cam-Clay modifié constitue un modèle très intéressant d'un point de vue pédagogique (pour décrire le comportement de sols argileux reconstitués au laboratoire) mais son utilisation en pratique (avec une loi d'écoulement plastique associée) se révèle peu pertinente du fait de prévisions non fiables en cisaillement, notamment pour les sols surconsolidés.

2.4.4 MODÈLE SOFT-SOIL

Ce modèle est un modèle à surface de charge fermée. Celle-ci est la composition de deux surfaces distinctes : la première surface est une portion d'ellipse et comprend un mécanisme d'écroissage. La seconde correspond au critère de Mohr Coulomb sans écroissage.

Les surfaces de charge de la première famille conservent leur forme elliptique au cours de l'écroissage. La loi d'écroissage relie l'extrémité p_0 de l'ellipse à la déforma-

tion volumique plastique. L'écoulement plastique dérive d'un potentiel dont l'équation est identique à celle des surfaces d'états limites (écoulement associé).

En l'absence d'écroissage, la rupture est atteinte dès que l'état de contraintes se trouve sur la surface d'états limites de la seconde famille. Une fois la rupture atteinte, l'écoulement plastique est dicté par l'angle de dilatance.

L'élasticité est non linéaire. La Figure 9 illustre le principe de ce modèle.

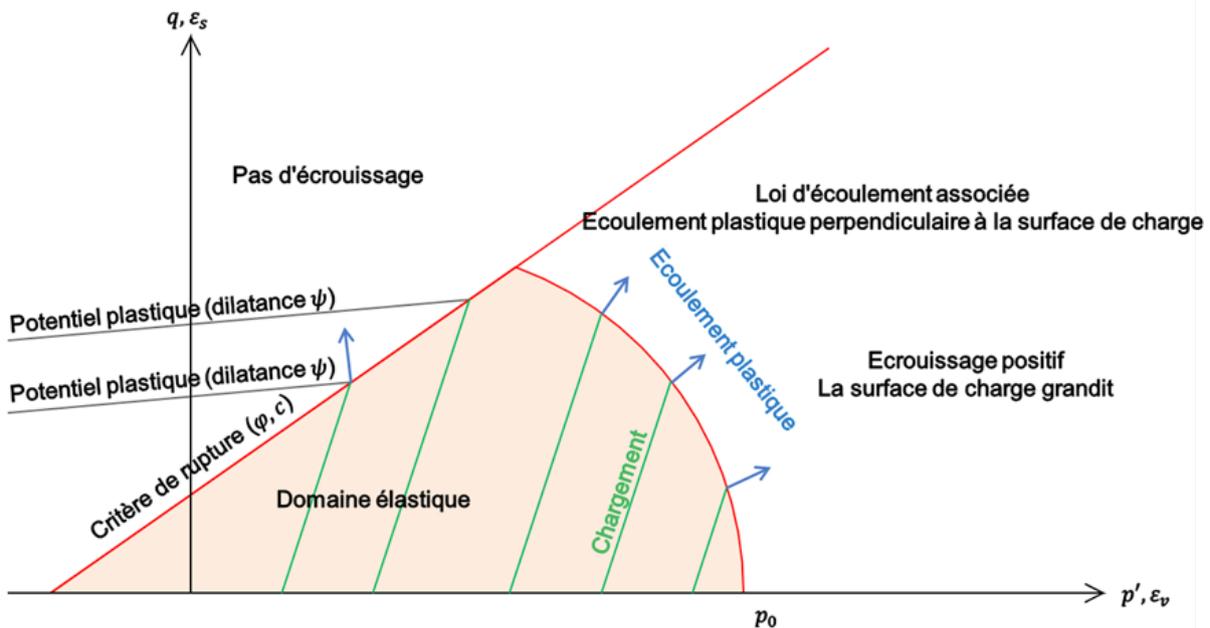


Figure 9 - Illustration du modèle Soft-Soil

Ce modèle nécessite 7 paramètres :

- Coefficient déchargement κ^* Elasticité
- Coefficient de Poisson ν_{ur} Elasticité
- Coefficient chargement λ^* Plasticité (famille 1, écroissage)
- Coefficient de pression des terres au repos en consolidation normale K_0^{nc} Plasticité (famille 1, forme surface états limites, écoulement plastique)
- Angle de frottement φ Plasticité (famille 2, états limites)
- Cohésion c Plasticité (famille 2, états limites)
- Angle de dilatance ψ Plasticité (famille 2, écoulement plastique)

Le Tableau 4 présente les principaux éléments constitutifs de ce modèle.

Tableau 4 - Constitution du modèle Soft-Soil

Elasticité	$d\varepsilon_v^e = \frac{\kappa^*}{p} dp$ $d\varepsilon_s^e = \frac{dq}{3G} \quad G = \frac{3(1-2\nu_{ur})}{2(1+\nu_{ur})} \frac{p}{\kappa^*}$
Surface d'états limites	<p>Famille 1 $q^2 - M^2(p_0 - p)(p + c \cot \varphi) = 0$</p> <p>Famille 2 $q = \frac{6 \sin \varphi}{3 - \sin \varphi} p + \frac{6 \cos \varphi}{3 - \sin \varphi} c$</p>
Paramètre écrouissage	<p>Famille 1 $d\varepsilon_v^p$</p> <p>Famille 2 Néant</p>
Loi d'écrouissage	<p>Famille 1 $dp_0 = \frac{p_0}{\lambda^* - \kappa^*} d\varepsilon_v^p$</p> <p>Famille 2 Néant</p>
Écoulement plastique	<p>Famille 1 $\frac{d\varepsilon_v^p}{d\varepsilon_s^p} = M^2 \frac{2p - p_0 + c \cot \varphi}{2q}$</p> <p>Famille 2 $\frac{d\varepsilon_v^p}{d\varepsilon_s^p} = -\sin \psi$</p>

La mise en œuvre de ce modèle appelle les commentaires suivants :

- les modèles n'utilisent pas en interne la donnée K_0^{nc} . Ils utilisent le paramètre M gérant la forme de l'ellipse et duquel dépend la pression des terres au repos en consolidation normale. Il peut être démontré que :

$$M = 3 \sqrt{\left(\frac{1 - K_0^{nc}}{1 + 2K_0^{nc}} \right)^2 + \frac{(\lambda^* / \kappa^* - 1)(1 - K_0^{nc})(1 - 2\nu_{ur})}{\lambda^* / \kappa^* (1 + 2K_0^{nc})(1 - 2\nu_{ur}) - (1 - K_0^{nc})(1 + \nu_{ur})}}$$

- le paramètre p_0 définit l'abscisse de l'extrémité de l'ellipse.
- le paramètre λ^* est le pendant de l'indice de compression $C_c / (1+e_0)$ pour un essai de compression isotrope. En remarquant que le ratio σ_h / σ_v reste constant dans un essai œdométrique, il peut être démontré que :

$$\lambda^* = \frac{C_c}{(1+e_0) \ln 10}$$

- le paramètre κ^* est le pendant de l'indice de décompression – recompression $C_s / (1+e_0)$ pour un essai de compression isotrope. Il n'existe pas de relation simple entre κ^* et $C_s / (1+e_0)$ car le ratio σ_h / σ_v n'est pas constant en rechargement déchargement.
- attention à ne pas confondre K_0^{nc} qui est une donnée intrinsèque au sol et K_0 qui caractérise l'état des contraintes initiales. K_0 peut être différent selon l'état de consolidation de l'échantillon.

2.4.5 MODÈLE HARDENING SOIL

Ce modèle est un modèle à surface d'états limites fermée. Il est composé de deux surfaces distinctes avec écoulement plastique : la première famille est la surface dite de cisaillement, alors que la seconde famille est la surface dite de compression. Il est important de noter que ces deux surfaces se comportent indépendamment : si l'une est activée, l'autre ne change pas, sauf dans le cas particulier où les deux surfaces sont activées ensemble. Dans ce dernier cas, les déformations plastiques issues des deux surfaces sont ajoutées.

Les surfaces d'états limites de la première famille changent de taille mais également de forme lors de l'écroutissage. La loi d'écroutissage relie la forme et la taille de la surface à la distorsion plastique de façon qu'un essai triaxial

reproduise une loi hyperbolique. L'écoulement plastique dérive d'un potentiel dont l'équation est différente de celle des surfaces d'états limites (écoulement plastique non associé). On peut noter que l'expression du potentiel plastique diffère selon que le sol est dilatant ou contractant. La rupture est obtenue lorsque l'état de contraintes est tel que la surface ne peut plus être écoulee.

Les surfaces d'états limites de la seconde famille conservent leur forme elliptique au cours de l'écroutissage. La loi d'écroutissage relie l'extrémité p_0 de l'ellipse à la déformation volumique plastique. L'écoulement plastique dérive d'un potentiel dont l'équation est identique à celle des surfaces d'états limites (écoulement associé).

L'élasticité est non linéaire. La figure 10 illustre le principe de ce modèle.

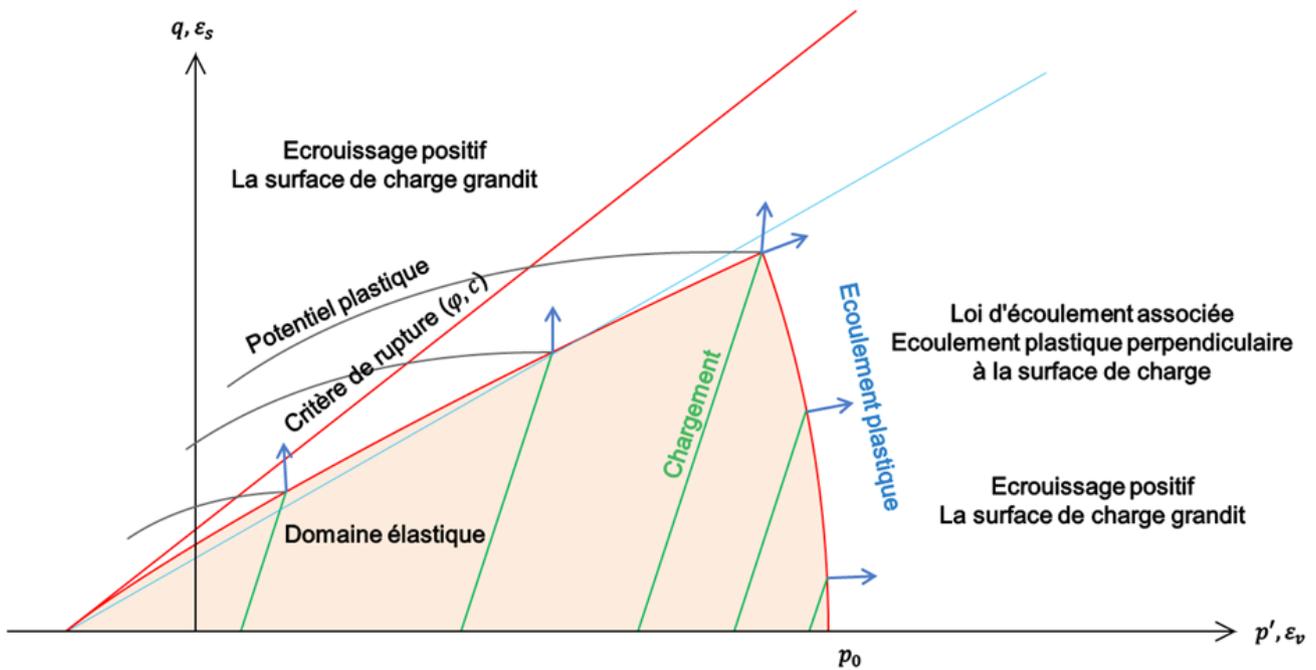


Figure 10 - Illustration du modèle Hardening-Soil

Les Figures 11 et 12 illustrent la distinction entre un comportement dilatant et un comportement contractant.

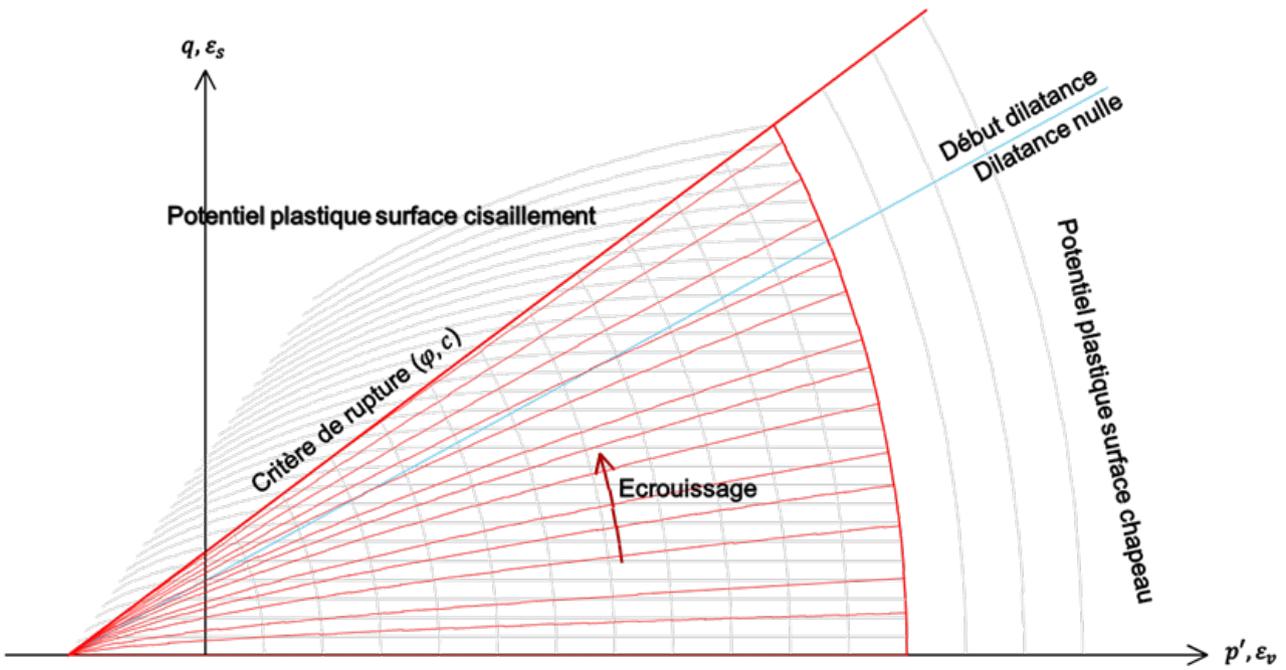


Figure 11 - Modèle Hardening-Soil – cas d'un comportement dilatant

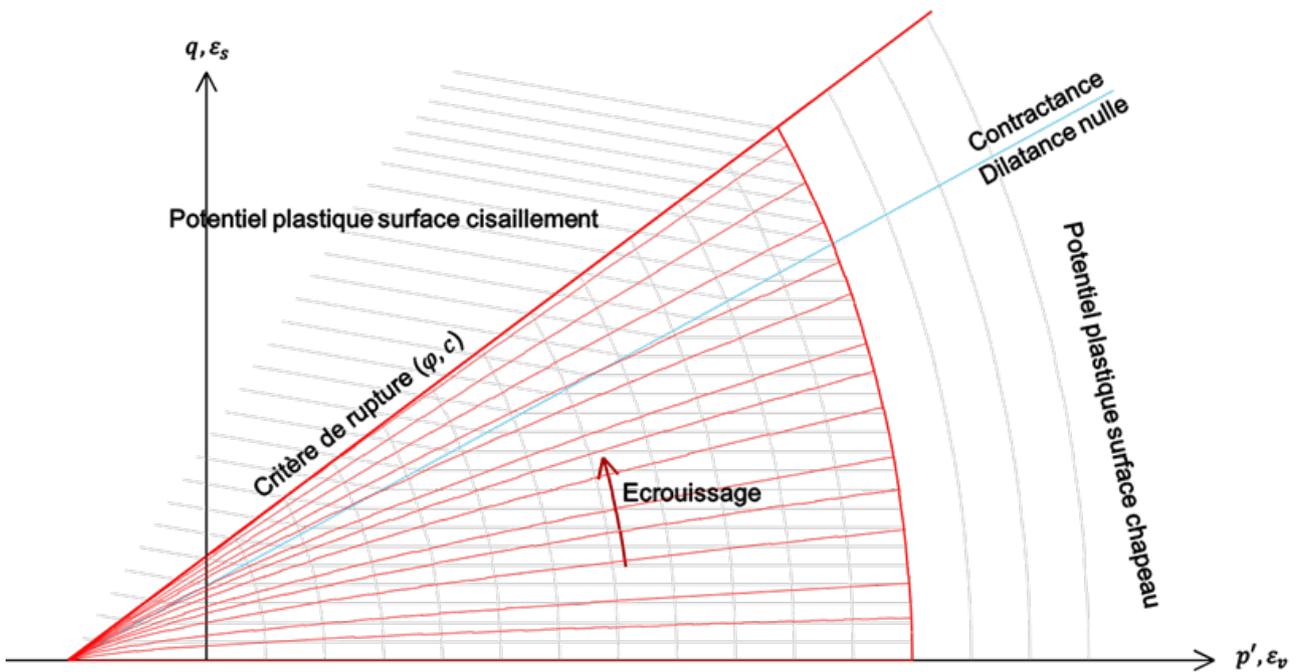


Figure 12 - Modèle Hardening-Soil – cas d'un comportement contractant

La mise en œuvre de ce modèle nécessite de définir 11 paramètres :

• Module de Young en rechargement	E_{ur}	Elasticité
• Coefficient de Poisson	ν_{ur}	Elasticité
• Module de Young à 50% de la rupture	E_{50}	Plasticité (famille 1, écoulement)
• Ratio déviateur rupture sur déviateur asymptotique	R_f	Plasticité (famille 1, états limites)
• Angle de frottement	φ	Plasticité (famille 1, états limites)
• Cohésion	c	Plasticité (famille 1, états limites)
• Angle de dilatance	ψ	Plasticité (famille 1, écoulement plastique)
• Module œdométrique	$E_{œd}$	Plasticité (famille 2, écoulement)
• Coefficient de pression des terres au repos en consolidation normale	K_0^{nc}	Plasticité (famille 2, états limites)
• Puissance liant les raideurs aux contraintes	m	Elasticité, plasticité familles 1 et 2
• Pression de référence pour laquelle sont définis les modules	p^{ref}	Elasticité, plasticité familles 1 et 2

Le Tableau 5 présente les éléments constitutifs de ce modèle.

Tableau 5 - Constitution du modèle Hardening-Soil

Elasticité	$d\varepsilon_v^e = \frac{dp}{K_{ur}} \quad K_{ur} = \frac{E_{ur}}{3(1-2\nu_{ur})}$ $d\varepsilon_s^e = \frac{dq}{3G_{ur}} \quad G_{ur} = \frac{E_{ur}}{2(1+\nu_{ur})}$
Surface d'états limites	<p>Famille 1 $\frac{2-R_f}{E_{50}} \frac{q}{1-q/q_a} - \frac{2q}{E_{ur}} = \gamma^p$</p> <p>Famille 2 $q^2 + \alpha^2 (p + c \cot \varphi)^2 - \alpha^2 (p_0 + c \cot \varphi)^2 = 0$</p>
Paramètre écoulement	<p>Famille 1 γ^p</p> <p>Famille 2 ε_v^p</p>
Loi d'écoulement	<p>Famille 1 voir surfaces d'états limites</p> <p>Famille 2 $dp_0 = \frac{p^{ref}}{\beta} \left(\frac{p_0}{p^{ref}} \right)^m d\varepsilon_v^p$</p>
Écoulement plastique	<p>Famille 1 $\frac{d\varepsilon_v^p}{d\varepsilon_s^p} = -\sin \psi_m$</p> <p>Famille 2 $\frac{d\varepsilon_p^p}{d\varepsilon_s^p} = \alpha^2 \frac{p + c \cot \varphi}{q}$</p>

L'utilisation pratique de ce modèle appelle les commentaires suivants :

- les « modules » intervenant dans ce modèle peuvent varier avec l'état de contraintes selon les lois suivantes :

$$E_{50} = E_{50}^{ref} \left(\frac{\sigma_3 + c \cot \varphi}{p^{ref} + c \cot \varphi} \right)^m$$

$$E_{ur} = E_{ur}^{ref} \left(\frac{\sigma_3 + c \cot \varphi}{p^{ref} + c \cot \varphi} \right)^m$$

$$E_{oed} = E_{ur}^{ref} \left(\frac{\sigma_3 / K_0^{nc} + c \cot \varphi}{p^{ref} + c \cot \varphi} \right)^m$$

Où E_{ur}^{ref} , E_{50}^{ref} et E_{oed}^{ref} sont des modules de référence à $\sigma_3 = p_{ref}$ pour E_{ur}^{ref} et E_{50}^{ref} , et à $\sigma_3 = K_0^{nc} p^{ref}$ pour E_{oed}^{ref} ;

- l'expression de la surface d'états limites fait intervenir le déviateur asymptotique :

$$q_a = \frac{1}{R_f} \frac{6 \sin \varphi}{3 - \sin \varphi} (p + c \cot \varphi)$$

- le paramètre p_0 définit l'abscisse de l'extrémité de l'ellipse ;
- les paramètres α et β sont des paramètres internes que l'utilisateur ne peut rentrer directement. A la place, l'utilisateur est invité à rentrer le module œdométrique et le coefficient de pression des terres au repos en consolidation normale. α et β sont alors déterminés en simulant un essai œdométrique qui respecte le module œdométrique donné et qui est tel que sous un chargement $\sigma_3 = K_0^{nc} \sigma_1$ la déformation mineure est nulle ;
- la loi d'écoulement plastique sur la surface de cisaillement introduit la notion de dilataance mobilisée (ψ_m) qui elle-même requiert la notion de frottement mobilisé (φ_m). Connaissant le cercle de Mohr de l'état de contraintes, il est possible de déterminer la pente de la droite de Mohr Coulomb qui tangente le cercle de Mohr. Ainsi, on peut démontrer que :

$$\sin \varphi_m = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3 + c \cot \varphi}$$

L'angle de dilataance mobilisé se déduit alors de l'angle de frottement mobilisé et de l'angle de frottement critique (φ_{cv}) par :

	Cas où $\psi < 0$	Cas où $\psi > 0$
Cas où $\sin \varphi_m < 3/4 \sin \varphi$	$\psi_m = 0$	$\psi_m = 0$
Cas où $\sin \varphi_m \geq 3/4 \sin \varphi$	$\psi_m = \psi$	$\sin \psi_m = \max \left(\frac{\sin \varphi_m - \sin \varphi_{cv}}{1 - \sin \varphi_m \sin \varphi_{cv}}, 0 \right)$

$$\text{avec } \sin \varphi_{cv} = \frac{\sin \varphi - \sin \psi}{1 - \sin \varphi \sin \psi}$$

- ce modèle peut ne pas être adapté à des sols argileux soumis à un chemin de chargement isotrope puisqu'il ne prédit aucun écrouissage de la surface de cisaillement en cas d'écrouissage isotrope ;
- attention à ne pas confondre K_0^{nc} qui est une donnée intrinsèque au sol et K_0 qui caractérise l'état des contraintes initiales. K_0 peut être différent selon l'état de consolidation de l'échantillon.

2.4.6 CALAGE DES PARAMÈTRES

Le calage des paramètres de toutes ces lois de comportement devrait se baser idéalement sur des essais en laboratoire couvrant différents chemins de chargement élémentaires que le terrain est susceptible de subir sous l'effet de l'ouvrage étudié. Ces essais ne sont toutefois pas disponibles pour certains types de sols (sols indurés notamment) ou de projets (ouvrages courants). D'autre part, ces essais requièrent une attention particulière pour éviter tout remaniement des échantillons, qui rendrait les observations au laboratoire non-représentatives de la réponse en place du sol. L'ingénieur est alors conduit dans la pratique à faire un choix des paramètres en complétant les résultats des essais laboratoire par les enseignements tirés de l'expérience acquise sur le suivi de comportements d'ouvrages en vraie grandeur ou, à défaut, par des règles empiriques basées sur les résultats de certains essais in situ (voir §6.3).

2.5 RÉFÉRENCES

- Adachi, T. and Oka, F. (1982). 'Constitutive equations for normally consolidated clays based on elasto-viscoplasticity', *Soils and Foundations*, 22(4), pp. 57–70.
- Atkinson, J. H. and Salfors, G. (1991). 'Experimental determination of soil properties. General Report to Session 1', in *Proc. 10th ECSMFE, Florence*, pp. 915–956.
- Borja, R. I. and Kavazanjian, E. (1985). 'A constitutive model for the stress–strain–time behaviour of "wet" clays', *Géotechnique*, 35(3), pp. 283–298. doi: 10.1680/geot.1985.35.3.283.
- Cordebois, J. P. and Sidoroff, F. (1982). 'Endommagement anisotrope en élasticité et plasticité', *Journal de Mécanique théorique et appliquée*, (Numéro spécial), pp. 45–60.
- Darve et al. (2001). *Manuel de Rhéologie*, Ouvrage collectif, Presses des Ponts et Chaussées.
- Dragon, A. and Halm, D. (1996). 'Modélisation de l'endommagement par méso-fissuration : comportement unilatéral et anisotropie induite', *C. R. Acad. Sci. Paris*, 322(Série II b), pp. 275–282.
- Hicher, P.-Y. et Shao, J.F. (2002a). *Elastoplasticité des sols et des roches*. Modèles de comportement des sols et des roches 1, Ouvrage Collectif, Hermès Science.
- Hicher, P.-Y. et Shao, J.F. (2002b). *Lois incrémentales, viscoplasticité, endommagement*. Modèles de comportement des sols et des roches 2, Ouvrage Collectif, Hermès Science.
- Leroueil, S. (2006). 'The isotache approach. Where are we 50 years after its development by Prof. Šuklje?', in *Proc. 13th Danube-European Conf. on Geotechnical Engineering*. Ljubljana, Slovenia, pp. 55–88.
- Liingaard, M., Augustesen, A. and Lade, P. V. (2004). 'Characterization of Models for Time-Dependent Behavior of Soils', *International Journal of Geomechanics*, 4(3), pp. 157–177. doi: 10.1061/(ASCE)1532-3641(2004)4:3(157).
- Maugin, G. A. (1992). *The thermomechanics of plasticity and fracture* (Vol. 7). Cambridge University Press.
- Prévost, J.-H. (1977). 'Mathematical modelling of monotonic and cyclic undrained clay behaviour', *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 1(2), pp. 195–216. doi: <https://doi.org/10.1002/nag.1610010206>.
- Roscoe, K. H., Schofield, A. N. and Thurairajah, A. (1963). 'Yielding of clays in states wetter than critical', *Géotechnique*, 13(3), pp. 211–240.
- Roscoe, K. H., Schofield, A. N. and Wroth, C. P. (1958). 'On the yielding of soils', *Géotechnique*, 8(1), pp. 22–53. doi: 10.1680/geot.1958.8.1.22.
- Schofield, A. and Wroth, P. (1968). *Critical State Soil Mechanics*. 310th edn. London: McGraw-Hill.
- Zienkiewicz, O. C., Leung, K. H. and Pastor, M. (1985). 'Simple model for transient soil loading in earthquake analysis. I. Basic model and its application.', *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 9(5), pp. 453–476.

3 MÉTHODES DE RÉOLUTION

3.1 *RÉSOLUTION GLOBALE*

3.2 *RÉSOLUTION LOCALE*

3.3 *MÉTHODE « C-PHI RÉDUCTION »*

3.4 *REDUCTION DES MODULES DE DÉFORMATION*

3.5 *RÉFÉRENCES*

3 MÉTHODES DE RÉOLUTION

3.1 RÉOLUTION GLOBALE

Le résultat d'un calcul numérique est le fruit d'un enchaînement de tâches complexes (Mestat, 1993, Zienkiewicz et al., 2005). Le calcul est décomposé en différents incréments à la fin desquels le système étudié est en équilibre : les « forces internes » associées aux contraintes dans le massif de sol doivent être équilibrées par les forces extérieures appliquées au massif, qu'il s'agisse de forces ponctuelles, réparties ou volumiques.

Si le problème étudié est non linéaire (ce qui est pratiquement toujours le cas en géotechnique), au cours de chaque incrément, des itérations sont réalisées pour atteindre cet équilibre. Selon le code utilisé, la taille des incréments peut être constante ou variable (pilotée par une procédure d'incrémentation automatique des charges). Des tolérances permettant de contrôler la précision des calculs à la fin de chaque incrément sont en général prédéfinies. Ces tolérances sont relatives à des contrôles sur la différence entre les forces extérieures et les forces internes, les déplacements calculés au cours de chaque itération ou le travail des forces extérieures et des forces intérieures.

La procédure de résolution itérative des problèmes non linéaires consiste à se ramener à la résolution de plusieurs systèmes matriciels de type $K.u = F^e$ avec K la matrice de rigidité du système étudié comprenant les propriétés élastiques des différents terrains et matériaux considérés, F^e le vecteur comprenant l'ensemble des chargements considérés et u le vecteur de déplacement recherché.

La résolution du système matriciel peut mettre en œuvre des techniques variées. On distingue ainsi (Figure 13) :

- la méthode des contraintes initiales (méthode de Newton-Raphson modifiée), dans laquelle la matrice de rigidité K est la même pour toutes les itérations, et les non linéarités apportées par la plasticité sont traitées comme des corrections apportées au second membre F^e ;
- la méthode de rigidité tangente (méthode de Newton-Raphson) : la matrice de rigidité K est assemblée et inversée à chaque itération en intégrant les effets de la plasticité. Cette technique peut s'avérer complexe et coûteuse en temps ;
- la méthode de rigidité sécante : la matrice de rigidité K est assemblée et inversée à chaque itération en gérant pour partie les effets de la plasticité. Cette méthode peut présenter des avantages pour certains comportements complexes.

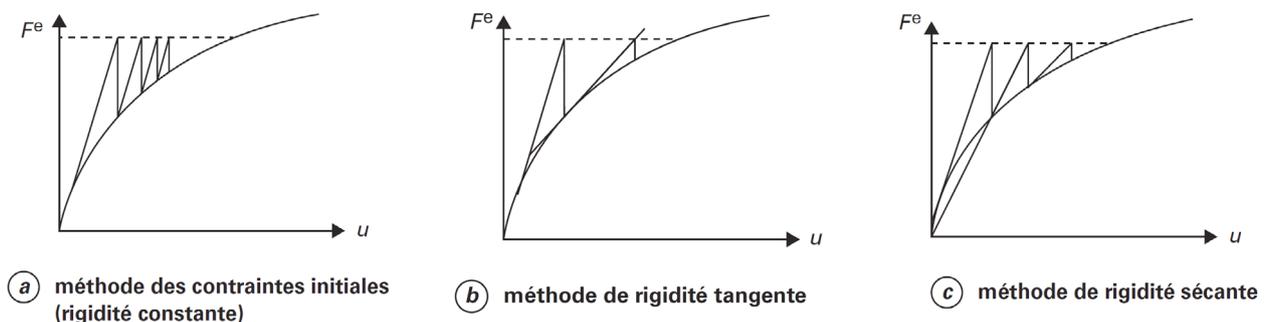


Figure 13 - Différentes méthodes de résolution d'un calcul par la méthode des éléments finis

Ces différentes procédures ont chacune leurs avantages :

- la méthode des contraintes initiales présente l'avantage de ne procéder qu'une fois par incrément à l'assemblage et l'inversion de la matrice de rigidité K mais génère un grand nombre d'itérations ;
- la méthode de rigidité tangente oblige à assembler et inverser la matrice de rigidité à chaque itération ce qui

peut être très coûteux en temps pour des systèmes de grande taille mais génère un faible nombre d'itérations. La construction des différents termes de la matrice de rigidité tangente peut s'avérer très complexe et oblige en général à quelques simplifications ;

- la méthode de rigidité sécante combine les avantages mais aussi les inconvénients des deux précédentes.

3.2 RÉSOLUTION LOCALE

Sans entrer dans le détail du formalisme de l'élasto-plasticité, (présenté au chapitre 2), on peut signaler que l'intégration locale des lois de comportement est aussi une tâche complexe qui peut mettre en œuvre des techniques variées. Il s'agit de contrôler que l'état de contraintes vérifie le critère de plasticité $f(\sigma) \leq 0$ (c'est-à-dire qu'il reste à l'intérieur ou sur la frontière de la surface de charge).

La méthode la plus utilisée (Figure 14), parfois appelée méthode du retour radial (Simo and Hughes, 1998), est la suivante : en partant d'un état n initial de contrainte σ_n et d'écroutissage α_n (α peut être une variable scalaire ou tensorielle), un état de contrainte supposé σ'_* est calculé à partir de la résolution de l'équation du système matriciel. Si cet état de contrainte ne vérifie par le critère de plasticité alors il est corrigé pour obtenir un état de contrainte et d'écroutissage σ'_{n+1} et α_{n+1} vérifiant le critère. Le calcul de la correction de contrainte à apporter $\delta\sigma = \sigma'_{n+1} - \sigma'_*$ fait appel à la notion de multiplicateur plastique $d\lambda$ et à la normale du potentiel plastique $\partial g / \partial \sigma$ (voir §2.3.5). Les propriétés élastiques du sol considéré sont prises en compte dans le tenseur d'élasticité \mathcal{C} .

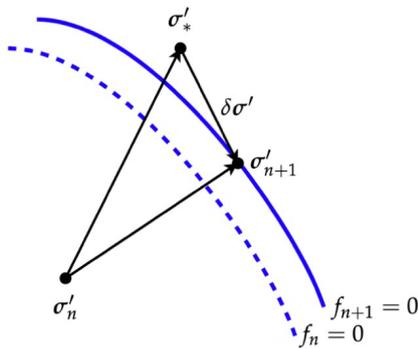


Figure 14 - Représentation schématique de l'intégration de la loi de comportement à l'échelle locale

La résolution numérique de problèmes non linéaires par éléments finis combine donc plusieurs types d'algorithmes, qui peuvent être plus ou moins précis et robustes. Il est important de noter qu'il n'existe pas encore d'outils généraux pour mesurer la qualité d'un calcul : des travaux de recherche visent à fournir des estimateurs d'erreur a posteriori mais leur utilisation en géotechnique reste rare. Il est donc nécessaire de regarder en détail les résultats du calcul en analysant les chemins de contraintes suivis dans les diagrammes de Lambe ou de Cambridge. A l'aide de ce type de représentations, certaines incohérences sont parfois faciles à détecter. En cas de doute, il est utile de faire contrôler ses résultats par un œil extérieur. En tout état de cause, il est vivement indiqué de réaliser des études paramétriques pour se faire une idée de l'influence de certains facteurs, en particulier des paramètres de sol, si l'on n'est pas certain que leur influence sur les résultats est modérée et qu'on a pu déterminer leur valeur avec une précision acceptable.

3.3 MÉTHODE « C-PHI REDUCTION »

La méthode « c-phi reduction » consiste à réduire les propriétés de résistance au cisaillement d'un élément de volume et de vérifier si le calcul converge (Potts et Zdravkovic, 2012, Tschuchnigg et al., 2015, etc.). Le facteur appliqué pour réduire les propriétés de résistance au cisaillement peut être considéré comme un facteur partiel dont l'interprétation et l'utilisation sont discutées au §7.3.

Ici, il s'agit d'expliquer brièvement les enjeux numériques liés à cette méthode (Figure 15). A partir d'un état 1 pour lequel l'état de contraintes est élastique (il est situé sous le critère de rupture représenté par la droite continue noire dans le plan (p',q)), des états de contraintes 2 puis 3 sont calculés à mesure que les propriétés de résistance au cisaillement sont réduites. Les différences de contraintes entre les états 1, 2 et 3 sont reportées dans le vecteur de force extérieure, ce qui induit des déplacements et des déformations dans le maillage.

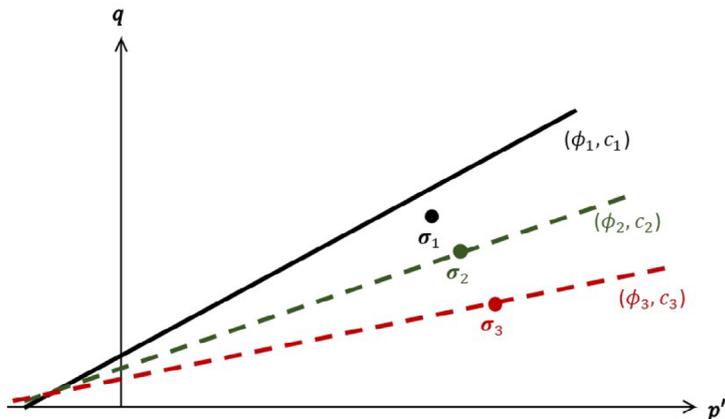


Figure 15 - Représentation des états de contraintes successifs lors d'une procédure de réduction des propriétés de cisaillement

Les procédures de réduction des propriétés de résistance au cisaillement ne sont pas toutes identiques et leur présentation n'est pas en général extrêmement détaillée dans les codes de calcul disponibles sur le marché. Le facteur appliqué sur les valeurs des propriétés de résistance au cisaillement peut être augmenté progressivement jusqu'à la divergence du calcul. Le facteur déclenchant la divergence du modèle peut être recherché par dichotomie. Le critère de rupture considéré s'apparente toujours à un critère de Mohr Coulomb même si une loi de comportement mettant en œuvre un critère plus complexe a été utilisée auparavant. Les résultats obtenus sont fiables même si des travaux de recherche sont encore consacrés notamment au rôle de la règle d'écoulement.

3.4 RÉDUCTION DES MODULES DE DÉFORMATION

La réduction des modules de déformations est une procédure pratique utilisée en ingénierie géotechnique pour simuler, de façon simplifiée, le « fluage » de certains

matériaux, particulièrement ceux constituant les éléments structuraux. Le but est d'estimer les déformations et la redistribution des charges qui résultent de la réduction des propriétés élastiques d'un élément du modèle.

Alors que la réduction des propriétés de résistance est assez aisée et peut se faire par une simple actualisation des valeurs des propriétés de résistance, la prise en compte de l'évolution des propriétés élastiques est plus complexe. Il convient en effet de souligner que les formulations « incrémentales » de nombreux logiciels de calcul ne permettent pas de simuler de façon directe une réduction de la rigidité de certains éléments. Deux tâches distinctes sont à réaliser : d'une part, il est nécessaire d'actualiser la matrice de rigidité et, d'autre part, il faut prendre dans le chargement extérieur une contribution supplémentaire due à la diminution des propriétés élastiques des éléments de sol ou de structure. Pour une loi de comportement présentant une partie élastique isotrope, pour passer d'un état 1 à 2 en réduisant les modules ($E_2 < E_1$), on doit ajouter un incrément de contrainte $d\sigma$ dans les forces nodales constituant le chargement extérieur :

$$d\sigma = \left(1 - \frac{\mu_2}{\mu_1}\right) \sigma^1 + \left[\lambda_2 \left(\frac{1}{2\mu_2} - \frac{1}{2\mu_1} \right) + (3\lambda_2 + 2\mu_2) \left(\frac{\nu_1}{E_1} - \frac{\nu_2}{E_2} \right) \right] tr(\sigma^1) \cdot \delta$$

avec $\lambda_1, \lambda_2, \mu_1, \mu_2, E_1, E_2, \nu_1$ et ν_2 les propriétés élastiques dans les états 1 et 2.

De manière plus générale, la réduction des modules de déformation d'éléments de volume ou d'éléments de structure est assez voisine des techniques utilisées pour générer des déformations différées, c'est-à-dire des déformations de fluage.

3.5 RÉFÉRENCES

- Mestat, P. (1993). 'Lois de comportement des géomatériaux et modélisation par la méthode des éléments finis', *Etudes et recherches des laboratoires des ponts et chaussées, série géotechnique*, GT52, 193 pages.
- Potts, D.M. and Zdravkovic, L. (2012). 'Accounting for partial material factors in numerical analysis', *Geotechnique*, 62 (12), 1053–1065.
- Tschuchnigg, F. Schweiger, H.F., Sloan, W. Lyamin, A.V. and Raissakis, I. (2015). 'Comparison of finite-element limit analysis and strength reduction techniques', *Geotechnique* 65 (4), 249–257.
- Simo, J.C. and Hughes, T.J.R. (1998). *Computational inelasticity*, Springer Science and Business Media, New York, 1998.
- Zienkiewicz, O., Taylor, R.L. and Zhu, J.Z. (2005). *The finite element method: its basis and fundamentals*. Elsevier, 2005.

4 ÉLÉMENTS D'INTÉRACTION SOL-STRUCTURE

4.1 LES ÉLÉMENTS DE STRUCTURE

4.2 COUPLAGE SOL / STRUCTURE

4.3 LES MODÈLES HYBRIDES

4.4 LE CAS PARTICULIER DES TUNNELS

4.5 RÉFÉRENCES

4 ÉLÉMENTS D'INTERACTION SOL-STRUCTURE

4.1 LES ÉLÉMENTS DE STRUCTURE

4.1.1 GÉNÉRALITÉS

Certains solides ont une géométrie qui incite à les modéliser comme des milieux curvilignes ou comme des surfaces. Cette simplification de la géométrie réelle conduit à construire une modélisation mécanique dans laquelle la cinématique fait l'objet d'une description particulière et les efforts intérieurs ne sont pas décrits par des contraintes mais par des efforts généralisés (effort normal, effort tranchant, moment fléchissant). Des éléments finis spécifiques, qu'on appelle ici éléments

finis de structure, ont été développés pour ce type de modélisation mécanique.

Pour les applications géotechniques, ces éléments sont utilisés pour représenter le comportement des fondations superficielles étendues (radiers ou dallages), celui des parois de soutènement et des éléments d'ancrage. D'un point de vue « géométrique », on peut distinguer deux catégories d'éléments de structure (Figure 16) :

- Éléments « linéaires » ou « unidimensionnels », permettant de représenter des solides dont deux dimensions sont « petites » devant la troisième. Ce sont des éléments de poutre ou de barre (selon que l'on prend en compte ou non la rigidité en flexion du solide) ;
- Éléments « surfaciques », pour représenter des solides dont une dimension est « petite » devant les deux autres. Ce sont les éléments de membrane, de plaque et de coque.

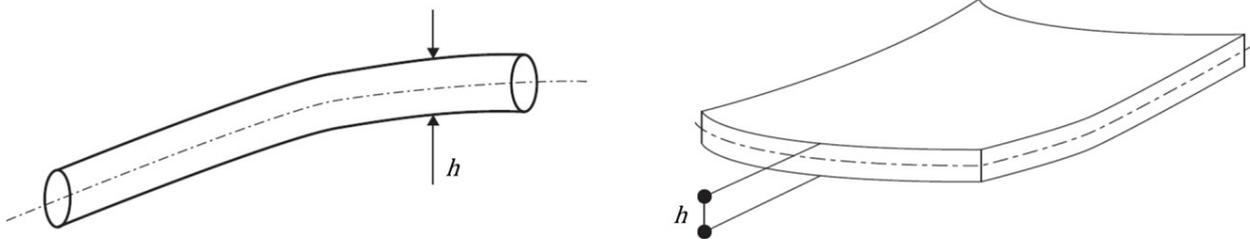


Figure 16 - Solides relevant d'une modélisation par des éléments de structure

Pour une catégorie géométrique donnée, les éléments de structure sont usuellement classés selon leur comportement mécanique. Ainsi on désigne par :

- poutres et plaques, les éléments droits capables de travailler en traction/compression, en cisaillement et en flexion ;
- arcs et coques, les éléments « courbes » capables par exemple de développer des effets de « voûte » ;
- fils et membranes, les éléments dépourvus de raideur en cisaillement/flexion, travaillant exclusivement en traction.

4.1.2 ÉLÉMENTS DE POUTRES

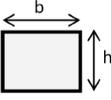
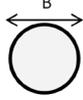
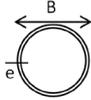
Ces éléments sont destinés à représenter le comportement d'une structure capable de travailler en « flexion composée », par exemple un pieu, ou un écran de soutè-

nement dans un calcul en déformation plane. On peut distinguer dans la pratique deux catégories d'éléments de poutre ou de plaque selon les hypothèses prises en compte pour leur comportement :

- les éléments de poutre « mince » : obéissant au modèle de Navier-Bernoulli qui néglige les déformations de cisaillement (seules sont prises en compte les déformations de compression et de flexion). Le comportement mécanique de ces éléments peut être entièrement décrit à l'aide de deux paramètres : la rigidité axiale ES et le produit d'inertie EI (rigidité en flexion).
- les éléments de poutre « épaisse » : obéissant au modèle de Timoshenko qui tient compte de la contribution des déformations de cisaillement. Le comportement mécanique de ces éléments peut être entièrement décrit à l'aide de trois paramètres : la rigidité axiale ES , le produit d'inertie EI et la rigidité au cisaillement GS' .

Le tableau 6 rappelle l'expression de S (aire de la section), I (inertie) et S' (section réduite) pour quelques sections courantes (homogènes, isotropes).

Tableau 6 - Aire, inertie de flexion et section réduite pour des sections courantes

			
S	bh	$\frac{\pi B^2}{4}$	$\pi B e$
I	$\frac{bh^3}{12}$	$\frac{\pi B^4}{64}$	$\frac{\pi e B^3}{8}$
S'	$\frac{5}{6} S$	$\frac{6}{7} S$	$\frac{1}{2} S$

En calcul de structures, l'utilisation des éléments de poutre mince est admise pour un élancement L/h (rapport entre la longueur de la poutre L et son épaisseur h) supérieur ou égal à 20. Pour des applications « géotechniques », cette valeur peut être ramenée à 10 (voire moins) car les structures sont en contact direct avec le sol. Le caractère continu de l'appui apporté par le massif de sol limite alors la contribution des déformations de cisaillement par rapport au cas d'une structure sur appuis ponctuels.

4.1.3 ÉLÉMENTS DE PLAQUE / COQUE

Les éléments de plaque permettent de représenter, dans un calcul tridimensionnel, des structures dont l'épaisseur est faible par rapport à la taille de l'ouvrage : paroi de soutènement, plancher, radier etc.

Leur comportement peut être isotrope (cas d'un radier en béton d'épaisseur uniforme) ou anisotrope (cas d'un rideau de palplanches par exemple).

De la même manière que pour les éléments poutre, on peut distinguer les éléments de plaque « mince » ignorant les déformations de cisaillement de ceux de plaque « épaisse » où ces déformations sont prises en compte. Les limites de validité sont similaires à celles évoquées pour les éléments de poutre.

Le comportement d'un élément de plaque peut être entièrement décrit à l'aide des paramètres suivants :

- la rigidité axiale ES (par mètre linéaire), dans chaque direction ;
- le produit d'inertie EI (par mètre linéaire), dans chaque direction ;
- la rigidité au cisaillement GS' (par mètre linéaire), dans chaque direction, quand un modèle de plaque épaisse est utilisé ;
- le coefficient de Poisson ν qui contrôle le couplage entre les courbures et les déformations axiales dans les deux directions. Par exemple, pour un radier en béton armé, le coefficient de Poisson se situe entre 0 et 0,2 selon le degré de fissuration. Pour un rideau de palplanches métallique, le coefficient de Poisson apparent est voisin de 0 (le coefficient de Poisson « intrinsèque » de l'acier étant de l'ordre de 0,3).

4.1.4 ÉLÉMENTS DE MEMBRANE

Ces éléments sont destinés à représenter le comportement des structures travaillant en traction pure (par exemple, des géogrilles) et ne présentant aucune raideur en cisaillement ou en flexion (V et M nuls). Leur comportement peut être entièrement décrit par une rigidité axiale ES , dont la valeur peut être différenciée entre les deux directions, et par un coefficient de Poisson pour un calcul en trois dimensions.

En l'absence de déformée transversale, ces éléments ne peuvent reprendre, par construction, qu'un chargement exclusivement axial. Ce comportement particulier impose ainsi, pour des éléments « plans » chargés transversalement, la prise en compte d'effets du 2nd ordre traduisant le couplage entre les déplacements axial et transversal. Dans le cas d'un modèle bidimensionnel, ce couplage est régi par la loi de comportement suivante :

$$\frac{du}{dx} + \frac{1}{2} \left(\frac{dw}{dx} \right) = \frac{N}{ES}$$

où u le déplacement axial, w le déplacement transversal, N l'effort axial et ES la rigidité axiale de l'élément.

Dans les codes de calculs utilisés en ingénierie, la modélisation de ces effets de 2nd ordre exige d'actualiser les coordonnées des nœuds du maillage en prenant en compte les incréments de déformation induits par chaque incrément de charge.

4.1.5 MAILLAGE

L'utilisation des éléments de structure présentés précédemment dans le calcul d'un ouvrage géotechnique nécessite de définir une procédure pour décrire l'interaction entre la structure et le massif de sol.

Dans le cas des poutres et plaques, chaque « nœud » possède généralement en plus des degrés de liberté classiques en déplacement, un ou plusieurs degrés de

liberté en rotation. La Figure 17 présente un exemple d'éléments usuels, dits de Kirchhoff, pour les poutres et plaques minces :

- un élément à deux nœuds et 3 degrés de liberté (DDL) par nœud pour une poutre mince travaillant en plan (2 translations et 1 rotation par nœud) ;
- un élément à quatre nœuds et 6 degrés de liberté (DDL) par nœud pour une plaque mince isotrope (3 translations et 3 rotations par nœud) ;

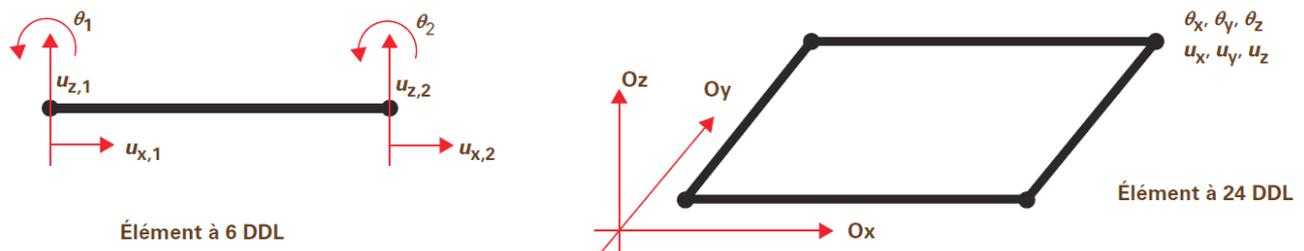


Figure 17 - Degrés de liberté de translation et de rotation pour les nœuds des éléments de structure

4.2 COUPLAGE SOL/STRUCTURE

4.2.1 PRINCIPE GÉNÉRAL

Le comportement d'un élément de structure en interaction avec le sol peut être entièrement décrit par un système matriciel de type :

$$\mathbf{K}^e \cdot \mathbf{u}^e = \mathbf{F}^{ext} - \mathbf{R}_s$$

Avec :

- \mathbf{K}^e Matrice de rigidité de l'élément (fonction de ES , EI , GS ...);
- \mathbf{u}^e Vecteur des degrés de liberté de l'ensemble des nœuds ;
- \mathbf{F}^{ext} Vecteur chargement extérieur (charges directes sur l'élément) ;
- \mathbf{R}_s Vecteur des forces d'interaction sol-structure émanant du massif de sol.

Le vecteur des forces d'interaction sol-structure dépend de la façon dont l'élément de structure est relié aux éléments représentatifs du massif de sol. D'une manière générale, il peut être exprimé suivant la relation :

$$\mathbf{R}_s = \mathbf{T} \cdot (\mathbf{u}^e - \mathbf{A} \cdot \mathbf{u}^s)$$

Avec :

- \mathbf{T} Matrice d'interaction ;
- \mathbf{u}^s Vecteur déplacement du sol en contact avec la structure ;
- \mathbf{A} Matrice de transfert (correspondance cinématique entre les degrés de liberté de la structure et du sol).

La construction de la matrice d'interaction dépend du mode de couplage entre les éléments de sol et de structure. Trois possibilités sont proposées dans les logiciels de modélisation usuels : couplage direct, utilisation d'éléments d'interface ou couplage indirect.

4.2.2 COUPLAGE DIRECT (OU CONTACT RIGIDE)

Dans le cas du couplage direct (ou contact « rigide »), les nœuds des éléments sol et structure partagent les mêmes degrés de liberté de translation, comme l'illustre la Figure 18.

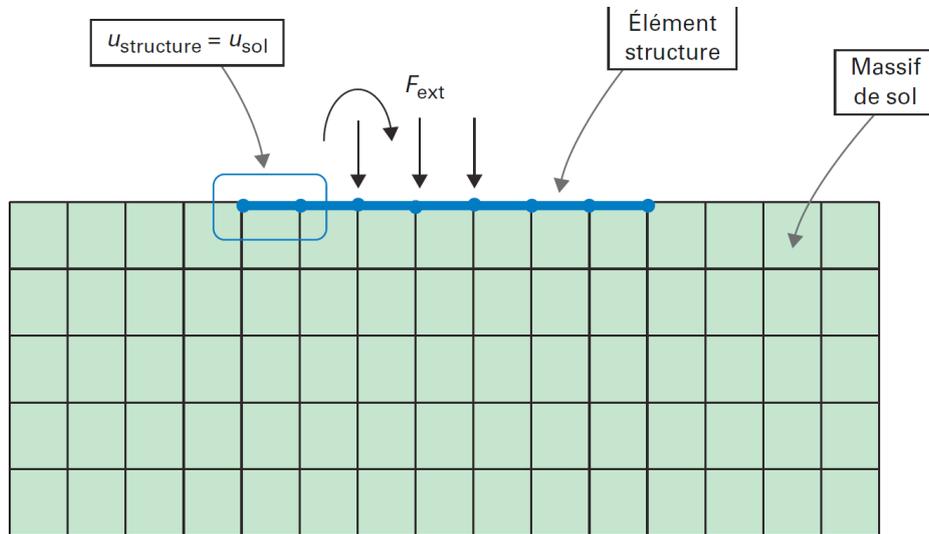


Figure 18 - Couplage direct entre éléments de structure et éléments de massif

La matrice d'interaction est alors infiniment « rigide », et on a :

$$\mathbf{u}^e = \mathbf{A} \cdot \mathbf{u}^s$$

Cette option est simple à mettre en œuvre, mais ne permet pas de contrôler la condition de contact ou simuler les effets de non-linéarités éventuelles. Cela peut néanmoins être simulé « manuellement » en intercalant entre le sol et la structure, une couche de faible épaisseur dont les caractéristiques peuvent être ajustées en cohérence avec la condition de contact (voir §4.2.3).

4.2.3 UTILISATION D'ÉLÉMENTS D'INTERFACE

Le recours à des éléments d'interface permet dans la pratique :

- de contrôler la condition de contact avec des caractéristiques différentes de celle du massif de sol ;
- de simuler les effets de non linéarité au contact sol-structure comme le décollement ou le glissement.

Différents modèles ont été développés pour les éléments d'interface. On peut citer notamment :

- des éléments d'interface de type « ressorts » comme l'illustre la Figure 19(a) : les nœuds « structure » et « sol » sont alors reliés par des ressorts élastoplastiques avec un palier plastique en compression, traction et cisaillement. Les ressorts étant par construction « découplés », la matrice d'interaction \mathbf{T} est diagonale.
- des éléments d'interface de type « matelas » comme l'illustre la Figure 19(b) : ce sont des éléments volu-

miques d'épaisseur nulle ou très faible, incorporés entre la structure et le massif de sol. Ces éléments introduisent des nœuds supplémentaires afin de gérer correctement le décollement et le glissement. La matrice d'interaction \mathbf{T} est alors obtenue par assemblage des matrices de rigidité des éléments représentatifs de l'interface.

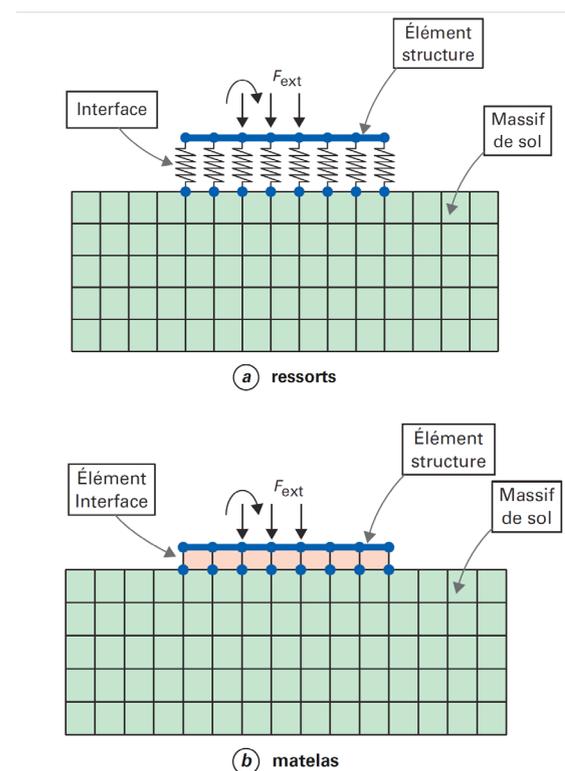


Figure 19 - Couplage par éléments d'interface : (a) ressorts ou (b) matelas

4.2.4 COUPLAGE INDIRECT : LES ÉLÉMENTS DE STRUCTURE « INCORPORÉS »

Le couplage direct ou l'utilisation d'éléments d'interface nécessitent généralement un raffinement du maillage à proximité des éléments de structure.

Pour des modèles tridimensionnels destinés à étudier le comportement d'une structure géotechnique complexe, comprenant par exemple un grand nombre d'inclusions ou d'ancrages, cela conduit à des modèles comportant beaucoup de nœuds, ce qui peut s'avérer pénalisant (en termes de temps nécessaire pour la préparation du maillage et pour l'exécution des calculs). Une solution

alternative consiste alors à s'affranchir de la correspondance entre le maillage du massif de sol et celui des éléments de structure (Sadek, 2003, Sadek and Shahrour, 2004). On parle alors d'éléments de structure « incorporés » dans les éléments de sol (Figure 20). L'interaction sol/structure est alors gérée moyennant des raideurs d'interaction locales (ressorts élastoplastiques) reliant, les réactions frontales et axiales agissant le long de l'élément de structure, au déplacement relatif entre l'élément de structure et l'élément de sol qui l'entoure (en un point donné). La construction de la matrice d'interaction \mathbf{T} se fait alors directement par intégration de ces raideurs d'interaction.

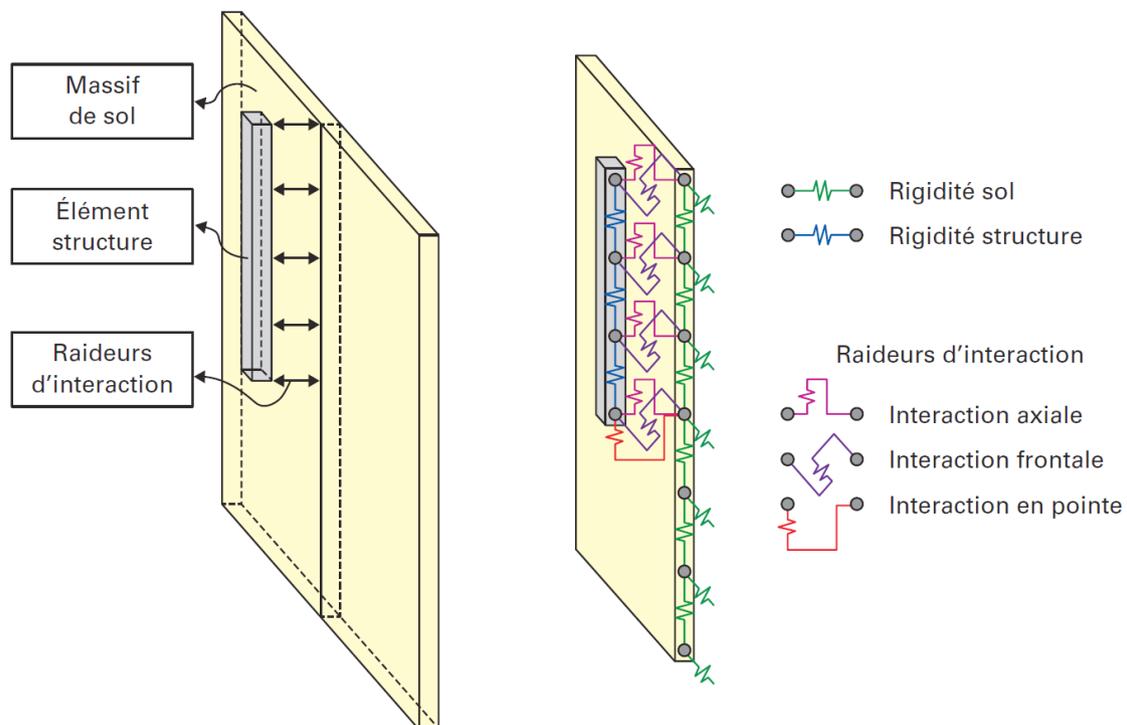


Figure 20 - Eléments de structure « incorporés »

L'utilisation pratique de ces éléments appelle deux remarques :

- sur le plan géotechnique, ces raideurs d'interaction ne doivent pas être confondues avec celles des courbes de transfert $t-z$ et $p-y$. Il s'agit de deux concepts bien distincts ;
- sur le plan du traitement numérique, cette approche est voisine des modèles d'homogénéisation ou des modèles « multiphasiques » proposés dans certains logiciels.

4.3 LES MODÈLES HYBRIDES

En parallèle à la méthode des éléments finis (ou des différences finies), des méthodes ont été développées, qualifiées d'hybrides en ce sens qu'elles couplent des solutions préétablies pour les sols supports et des solutions numériques pour les fondations et éventuellement la structure portée. Les temps de calcul de ces méthodes sont réduits, ce qui facilite la réalisation d'études paramétriques. Les méthodes hybrides permettent en effet de modéliser l'interaction entre des éléments structuraux (semelles, radiers, bâtiments représentés par des poutres et des coques, etc.) et un volume de sol traité comme un milieu continu. Les solutions préétablies peuvent être mises en œuvre par l'utilisation de matrices de souplesse, de macroéléments, d'équations aux frontières, etc.

L'exemple de la Figure 21 illustre le cas de deux fondations étendues et déformables en interaction avec un sol multicouche. Les fondations sont discrétisées en éléments finis de plaque. L'interaction avec le sol (supposé de comportement linéaire élastique) est traitée à l'aide d'une matrice de souplesse dont les coefficients (« coefficients d'influence ») sont déterminés par intégration des solutions de Boussinesq (Cuira et Simon, 2008).

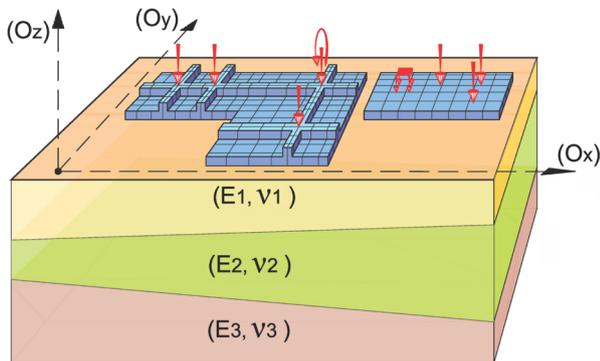


Figure 21 - Exemple de deux fondations étendues reposant sur un sol multicouche

L'exemple de la Figure 22 montre le cas de fondations rigides représentées par des macroéléments qui modélisent, dans le domaine dynamique, le sol support ainsi que les non-linéarités induites par l'interaction sol-fondation. Cette technique permet, notamment pour le dimensionnement sous charge sismique, de réduire les temps de calcul tout en conservant une précision très satisfaisante. À noter que dans le cas présent, les solutions préétablies contenues dans le macroélément tiennent

compte des effets dynamiques liés à la propagation des ondes sismiques (Abboud, 2017).

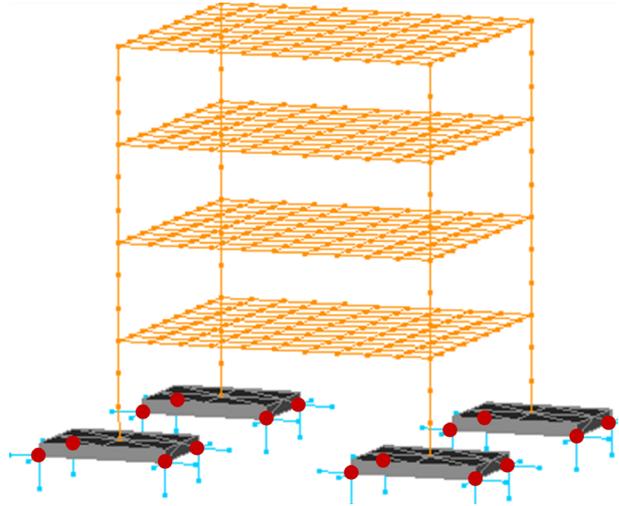


Figure 22 - Exemple d'utilisation de macroéléments dans le domaine dynamique

4.4 LE CAS PARTICULIER DES TUNNELS

Les tunnels peuvent être considérés comme un cas particulier de structure du fait de la diversité de méthodes constructives (méthodes mécanisées ou conventionnelles, avec dans certains cas des pré-soutènements mis en œuvre à l'avant du front pour renforcer les terrains encaissants) ainsi que de la dépendance forte de la réponse du terrain aux phasages de chantier et aux moyens mis en œuvre par les entreprises. L'excavation d'un tunnel présente par ailleurs toujours un caractère tridimensionnel, du fait de la présence du front de taille, associée à des effets de voûte longitudinaux s'accompagnant de pré-convergences et d'extrusions. Le creusement peut être traduit en deux dimensions dans des modélisations en déformations planes à l'aide d'un taux de déconfinement, éventuellement combiné à l'application d'une pression traduisant l'effet des différentes actions des tunneliers. Dans un premier temps, il peut être rappelé que les tunnels sont réalisés au sein de terrains de type « sols » ou « roches ». Les modélisations numériques utilisant des lois de comportement élastoplastiques sont bien appropriées pour les tunnels excavés dans des sols. Dans les milieux discontinus (terrains rocheux, terrains fracturés), l'utilisation de lois de comportement élastoplastiques n'est plus adaptée et des vérifications spécifiques sont à mener en fonction de la fracturation des massifs (stabilité des dièdres, par exemple).

4.4.1 ELÉMENTS STRUCTURAUX

Les soutènements et revêtements mis en œuvre dans les tunnels sont généralement des structures mixtes (cintres + béton projeté) et des structures en béton. Elles sont couramment modélisées soit en éléments volumiques soit en éléments de plaque.

Pour un calcul en déformations planes (selon une coupe perpendiculaire à l'axe du tunnel), les structures mixtes représentatives du soutènement provisoire ou du revêtement peuvent être modélisées par un matériau équivalent dont les caractéristiques sont déterminées sur la base des formules suivantes :

$$E_{eq} S_{eq} = E_h S_b + E_c \frac{S_c}{e} \quad \text{et} \quad E_{eq} I_{eq} = E_h I_b + E_c \frac{I_c}{e}$$

avec :

- E , le module équivalent, le module du béton ou le module du cintre ;
- S , la section équivalente, la section du béton ou la section du cintre ;
- I , l'inertie équivalente, l'inertie du béton ou l'inertie du cintre ;
- e , l'espacement entre cintres.

Pour un calcul 3D, il convient de distinguer le comportement du matériau équivalent entre les deux directions (parallèle et perpendiculaire à l'axe du tunnel). Pour la direction parallèle à l'axe du tunnel, la rigidité des cintres ne doit pas intervenir dans le calcul des rigidités équivalentes.

Par ailleurs, les structures des tunnels réalisés en méthode mécanisée présentent la spécificité d'être constitués d'une succession d'anneaux juxtaposés, chaque anneau étant découpé en voussoirs. Les joints permettent de garantir l'interface entre chaque élément et peuvent nécessiter une modélisation adaptée (Figure 23).

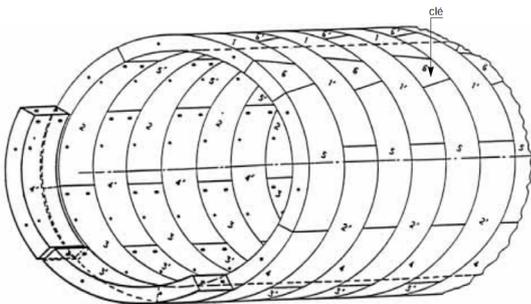


Figure 23 - Représentation des joints entre anneaux et entre voussoirs (source CETU)

Pour les joints entre voussoirs d'un même anneau, plusieurs approches sont couramment utilisées :

- aucune prise en compte des joints (anneau continu) pour une approche conservative ;
- une réduction éventuelle de l'inertie sur l'ensemble de l'anneau : formulation de Muir-Wood (1975) qui suppose l'alignement des joints de voussoirs pour une approche en déformation ;
- une modélisation explicite des joints au moyen de jonctions rotulées définies par une raideur en rotation : formulation de Janssen (1983), par exemple.

Chaque approche retenue doit être maîtrisée par l'utilisateur et adaptée aux spécificités du projet et aux types de vérifications à mener.

Pour les joints entre anneaux dans une modélisation 3D, des éléments d'interface peuvent également être modélisés pour représenter le comportement discontinu des différents anneaux.

4.4.2 ELÉMENTS D'INTERFACE

Comme indiqué au §1.6.2, le contact entre le sol et les structures de soutènement ou de revêtement est souvent relativement rugueux du fait de la mise en œuvre de béton projeté sur un parement irrégulier (ouvrages réalisés en méthode conventionnelle) ou de l'injection d'un matériau de comblement (couramment du mortier de bourrage pour une excavation mécanisée). Dans ce cas, un contact quasi-rigide est à envisager.

Des membranes d'étanchéité peuvent être positionnées en extrados des structures définitives pour les ouvrages réalisés en méthodes conventionnelles et sont en contact direct avec les éléments constituant le soutènement (béton projeté, cintres, etc.). Un déplacement relatif entre la structure et le sol ou entre les deux structures (soutènement-revêtement) peut avoir lieu et doit donc être pris en compte.

4.4.3 RENFORCEMENTS DE TERRAIN (PRÉ-SOUTÈNEMENTS ET SOUTÈNEMENTS)

Plusieurs types de structures sont mises en œuvre en tunnel afin de renforcer les terrains encaissants. Par exemple, les voûtes parapluie, le boulonnage de front, l'enfilage de barres, le boulonnage radial. Les effets de ces renforcements sont bien connus et éprouvés sur chantier mais restent encore difficilement quantifiables dans les modélisations aux éléments finis.

Plusieurs méthodes de modélisation peuvent être retenues selon les objectifs du calcul.

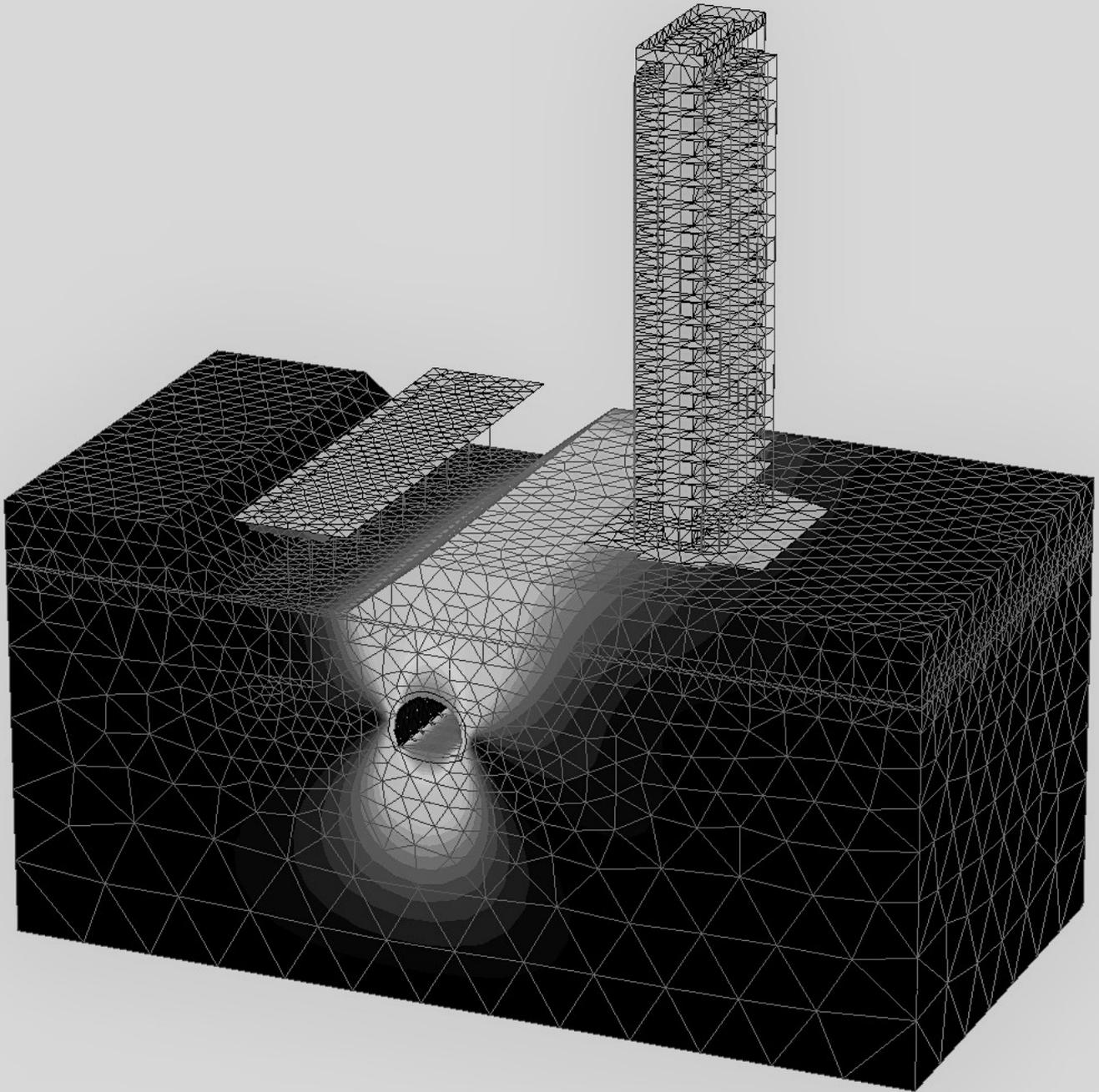
L'apport de ces renforcements peut être approché par une augmentation de la résistance mécanique du terrain, se traduisant par une augmentation de ses caractéristiques géomécaniques (Greuell, 1993) pour le boulonnage radial par exemple) ou par l'application d'une pression équivalente (Peila, 1994). Il conviendra de définir ces paramètres de façon réaliste et modérée afin de ne pas surestimer l'effet de ces renforcements et de conserver un regard critique sur les résultats obtenus. A titre d'exemple, le boulonnage radial induit une amélioration selon une direction uniquement.

Des éléments de structure peuvent aussi être utilisés, tels que les éléments de poutre associés avec des éléments d'interface ou les éléments de structure incorporés. Une attention particulière sera à porter sur la condition de liaison avec les autres éléments structuraux.

Le choix de modélisation et les paramètres à retenir sont à définir par des utilisateurs avertis qui ont connaissance des aspects théoriques de ces modèles et des retours d'expérience disponibles.

4.5 RÉFÉRENCES

- Abboud Y. (2017). *Développement d'un macroélément pour l'étude des fondations superficielles sous charge sismique*, Thèse de Doctorat de l'Université Paris-Est.
- Cuira, F. et Simon, B. (2008). 'Modélisation 3D simplifiée d'une plaque sur sol multicouche élastique' *Revue Française de Géotechnique*, 128.
- Greuell, E. (1993). *Étude du soutènement des tunnels par boulons passifs dans les sols et les roches tendres par une méthode d'homogénéisation*, Thèse École Polytechnique, Paris.
- Janssen, P. (1983). *Tragverhalten von Tunnelausbauten mit Gelenktübbings*, PhD thesis Technische Universität Braunschweig.
- Muir-Wood, A.M. (1975). *The circular tunnel in elastic ground*, *Géotechnique* 25, pp. 115-127.
- Peila D. (1994). *A theoretical study of reinforcement influence on the stability of a tunnel face*, *Geotechnical and Geological Engineering*. 12, 145–168.
- Sadek, L. (2003). *Développement d'un élément poutre incorporé : application à l'étude des groupes et des réseaux de micropieux*, Thèse de l'Université de Lille.
- Sadek, M. and Shahrour, I; (2004). 'A three dimensional embedded beam element for reinforced geomaterials', *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics* 28(9), pp. 931–946.



5 COUPLAGE HYDROMÉCANIQUE

5.1 INTRODUCTION

5.2 ÉCOULEMENT DANS LES SOLS

5.3 COUPLAGE HYDROMÉCANIQUE

5.4 SYNTHÈSE

5.5 RÉFÉRENCES

5 COUPLAGE HYDROMÉCANIQUE

5.1 INTRODUCTION

Une des particularités des problèmes géotechniques est la présence d'eau dans les sols. Ce sont en général des matériaux poreux, et l'espace constitué par les pores peut être occupé, partiellement ou entièrement, par de l'eau qui peut s'écouler à travers le squelette du sol. La pression qui règne dans l'eau et la vitesse à laquelle elle s'écoule ont une influence sur les contraintes dans le sol et donc sur ses déformations et sa résistance.

Ce chapitre présente la modélisation des écoulements dans un massif de sol, puis celle des interactions entre le sol et l'eau. On présente ensuite des éléments visant à orienter la prise en compte pratique des effets de l'eau dans les sols.

5.2 ÉCOULEMENT DANS LES SOLS

5.2.1 GRADIENT HYDRAULIQUE ET PERMÉABILITÉ

Dans une couche de sol saturée, la pression de l'eau u_w est hydrostatique, c'est-à-dire qu'elle vérifie l'équation :

$$\text{grad } u_w = -\rho_w \cdot g \cdot e_z$$

où ρ_w désigne la masse volumique de l'eau, g l'accélération de la pesanteur et e_z le vecteur unitaire vertical orienté vers le haut.

Il est usuel de définir la « charge hydraulique » (ou potentiel hydraulique) h par :

$$h = z + \frac{u_w}{\rho_w \cdot g}$$

où z est l'altitude du point considéré. La charge hydraulique est homogène à une hauteur et s'exprime en mètres. On appelle « gradient hydraulique » le gradient de la charge hydraulique, noté i .

Il résulte des deux équations précédentes que si la pression est hydrostatique, la charge hydraulique est uniforme et le gradient hydraulique est nul. Si le gradient hydraulique n'est pas nul, l'eau se met en mouvement.

La loi de Darcy relie sa vitesse v au gradient de la charge hydraulique suivant l'équation :

$$v = -k \cdot \text{grad } h = -k \cdot i$$

où le paramètre k , qui est en général tensoriel, est la perméabilité (à l'eau) du matériau⁸. Elle a la même dimension que la vitesse v .

On présente ci-après quelques ordres de grandeur de perméabilité à l'eau pour différents types de sol :

- Gravier 10^{-2} m/s
- Sable 10^{-5} m/s à 10^{-2} m/s
- Craie 10^{-7} m/s à 10^{-3} m/s
- Limon 10^{-8} m/s à 10^{-6} m/s
- Argile 10^{-13} m/s à 10^{-8} m/s

La perméabilité varie donc sur presque 11 ordres de grandeur pour des matériaux couramment rencontrés dans la pratique. C'est une échelle beaucoup plus large que celle des modules de déformation des matériaux courants. D'autre part, c'est une grandeur difficile à déterminer. Même pour un matériau homogène, la détermination expérimentale de la perméabilité d'une couche de sol en place est délicate, et on peut considérer que la perméabilité est connue à un facteur 10 près. Par ailleurs, des fissures locales, ou des réseaux de fractures, peuvent constituer des voies d'écoulement préférentiel, qui sont difficiles à introduire dans une modélisation de type milieu continu.

On rappelle aussi que les sols présentent en général une anisotropie de perméabilité : un rapport de l'ordre 5 à 10 entre perméabilité horizontale et verticale est couramment observé, notamment pour les sols alluvionnaires qui ont été constitués par dépôts horizontaux successifs.

5.2.2 CONDITIONS AUX LIMITES

Pour déterminer les champs de pression et de vitesse (par exemple pour évaluer le débit hydraulique à évacuer dans une fouille qu'on veut maintenir hors d'eau), il faut définir les conditions aux limites du problème hydraulique : elles portent sur la charge ou sur le flux d'eau sur le bord du domaine étudié, défini comme le produit scalaire de la vitesse v et de la normale sortante au domaine. Elles peuvent être également internes au domaine étudié, par exemple en présence de drains ou de puits : il est alors nécessaire de s'assurer que les valeurs imposées numériquement correspondent bien à la capacité physique de l'objet représenté, en particulier que les résultats obtenus sont compatibles avec la notion de débit critique (Recommandations 2022 du CFMS sur les rabattements temporaires des nappes).

⁸ Par abus de langage, le coefficient k est appelé « perméabilité », on devrait parler de conductivité hydraulique. La perméabilité intrinsèque du milieu poreux K (qui s'exprime en m^2) ainsi que les paramètres propres de l'eau (masse volumique ρ et viscosité μ) contribuent à la valeur de k par $k = \rho g K / \mu$

Comme souligné dans le chapitre 1 (voir §1.3.2), dans les problèmes de géotechnique, on ne sait pas précisément définir les limites du domaine étudié (notamment les frontières latérales). Si pour les conditions aux limites mécaniques, une certaine habitude permet de faire des propositions générales sur la taille du domaine à étudier, il est plus difficile de le faire en ce qui concerne les conditions aux limites hydrauliques. Or, cela a un impact direct sur l'évaluation des vitesses et des débits d'eau. A titre d'exemple, on considère un problème d'écoulement plan vers une tranchée (problème de la décharge de Dupuit-Forchheimer) : Le domaine étudié est de longueur L et de hauteur H . En $x = L$ on suppose que la charge est imposée par la présence d'une nappe réalimentée en permanence et vaut $h = H$. En $x = 0$, on impose une condition de drainage (surface de suintement ou surface à pression nulle). En faisant l'approximation de Dupuit (qui considère que la vitesse de l'écoulement est pratiquement horizontale) et en exploitant la conservation de la masse d'eau, on montre que le débit Q pompé par la tranchée est donné par :

$$Q = k \frac{H^2}{2L}$$

Tous les autres paramètres étant fixés, le débit varie comme l'inverse de la longueur L du domaine pris en compte. On peut interpréter cette longueur comme la distance sur laquelle l'effet du pompage se fait sentir. La difficulté provient du fait que ce paramètre géométrique a une forte influence sur le résultat mais est difficile à déterminer a priori. En revanche sa valeur découle assez naturellement de l'analyse d'essais de pompage sur site (et de l'analyse du contexte hydrogéologique). Il existe par ailleurs des solutions empiriques permettant d'apprécier la valeur de L (cf. Recommandations 2022 du CFMS sur le rabattement des nappes).

5.2.3 ÉQUATIONS D'ÉCOULEMENT EN RÉGIME PERMANENT

Pour déterminer la charge hydraulique et la vitesse de l'eau, il faut ajouter à la définition de la charge hydraulique et à la loi de Darcy l'équation de continuité, c'est-à-dire l'équation qui traduit la conservation de la masse d'eau. En négligeant la compressibilité de l'eau et la déformabilité du squelette supposé constitué de grains solides incompressibles, on peut alors écrire en régime permanent :

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = 0 \quad (1)$$

En combinant l'équation de continuité et la loi de Darcy, on obtient :

$$\operatorname{div}(\mathbf{k} \cdot \operatorname{grad} h) = 0$$

Si la perméabilité est la même en tout point, la charge hydraulique h est alors solution de l'équation de Laplace :

$$\Delta h = 0$$

Cette équation est complétée par un choix approprié des conditions aux limites.

5.2.4 ÉCOULEMENT EN RÉGIME TRANSITOIRE

En régime transitoire, la charge hydraulique obéit à l'équation suivante :

$$\operatorname{div}(\mathbf{k} \cdot \operatorname{grad} h) = S \frac{\partial h}{\partial t}$$

où S est le coefficient d'emménagement (spécifique), homogène à l'inverse d'une longueur. Cette équation⁹ représente la conservation de la masse de l'eau.

Le coefficient S rend compte du fait que l'on peut injecter de l'eau dans le sol. Cela peut se faire de différentes manières : en augmentant la masse volumique de l'eau, en comprimant les grains solides ou en augmentant le volume total du sol. Sans en donner une justification détaillée, Suski (2005), Boucher (2007) ou Ababou (2007) proposent des expressions voisines que l'on peut ramener à :

$$S = \rho_w \phi g (\beta_w + \beta_s + \frac{\alpha}{\phi})$$

où ϕ désigne la porosité, β_w le coefficient de compressibilité de l'eau, β_s et α deux coefficients relatifs à la compressibilité des grains et du squelette solide. Selon de Marsily (1994) le terme β_s est de l'ordre de $\beta_w/25$ et peut donc en général être négligé.

La valeur de β_w dépend par ailleurs de la présence ou non d'air dissous dans l'eau et sa détermination précise n'est donc pas facile. Pour le coefficient α , on peut supposer qu'il est de l'ordre de l'inverse du module de compression du sol (sec ou en condition drainée) noté K_d ¹⁰. La valeur exacte de la porosité ϕ du sol en place n'est pas forcément bien connue non plus. La détermination précise de S est donc délicate, mais l'erreur que l'on commet en l'évaluant n'est pas nécessairement beaucoup plus grande que celle liée à l'incertitude sur la perméabilité.

⁹ Dans le cas d'un problème 1D, cette équation devient : $k \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = S \frac{\partial h}{\partial t}$

¹⁰ Dans le cas d'un sol peu induré, α est beaucoup plus grand que β_w et β_s . Le coefficient d'emménagement devient : $S = \frac{\rho_w g}{K_d}$

D'autre part, du fait du terme $\partial h / \partial t$, le problème est maintenant un problème d'évolution : le champ de charge hydraulique (ou de pression) dépend du temps. La résolution suppose, en plus des conditions aux limites, la donnée de sa valeur initiale.

5.2.5 CAS PARTICULIER DES SOLS NON SATURÉS

L'analyse d'un problème géotechnique peut nécessiter de prendre en compte l'état hydrique initial des sols ainsi que son évolution au cours des phases de construction ou de la vie de l'ouvrage. Il est possible que cet état hydrique corresponde à une situation dans laquelle le sol n'est plus saturé (ou pouvant être considéré comme tel si le degré de saturation est très proche de 100%). On peut mentionner comme exemple l'analyse de stabilité de pentes naturelles ou de talus, digues et barrages.

Il est alors nécessaire d'avoir recours à des modèles qui introduisent la notion de succion définie comme la différence entre pression de l'air et pression de l'eau interstitielle ($u_a - u_w$) pour représenter l'impact du caractère non saturé sur les contraintes et sur les caractéristiques mécaniques des sols (déformabilité et résistance). Les modèles de sol en régime non saturé sont des modèles sophistiqués, et fortement non linéaires ; on peut aussi signaler que l'hypothèse de Terzaghi (qui stipule que les déformations du squelette du sol sont reliées aux contraintes effectives définies par $\sigma' = \sigma - u_w \cdot \delta$) n'est plus valable dans ce cas précis.

De nombreux logiciels donnent aujourd'hui la possibilité de prendre en compte le comportement non saturé des sols. Cependant les approches et hypothèses sous-jacentes peuvent être très variées et de complexités très différentes. Le traitement numérique peut relever d'un vrai couplage hydro-mécanique ou d'une prise en compte d'un champ de succion dans le calcul des contraintes effectives.

De tels calculs nécessitent une pleine maîtrise des aspects théoriques fondamentaux de la mécanique des sols non saturés. A l'heure actuelle, ces calculs sont essentiellement réalisés dans le cadre d'analyse en retour d'observations.

Les ingrédients essentiels sont :

- la prise en compte du degré de saturation S_r ;

- l'utilisation d'une relation entre degré de saturation (ou teneur en eau) et succion, appelée courbe de rétention, par exemple loi de Van Genuchten (1980) qui peut être différente suivant les chemins d'humidification ou de séchage ;
- la définition d'une contrainte effective σ' combinant la contrainte totale σ , la succion ($u_a - u_w$) et la pression de l'air u_a (comme par exemple la relation proposée par Bishop $\sigma' = \sigma + (-u_a + \chi(u_a - u_w)) \cdot \delta$

On renvoie ici le lecteur intéressé vers la bibliographie existante sur le sujet, en particulier : Delage et Cui (2000), Alonso, Gens et Josa (1990), Bishop et Blight (1963), Khalili, Geiser et Blight (2004) ou encore la série de webinaires donnés par Fredlund (2019). En tout état de cause, une lecture approfondie de la partie du manuel du logiciel utilisé dédiée à la prise en compte du comportement non saturé des sols est nécessaire (cette recommandation n'est par ailleurs pas propre aux sols non saturés).

5.3 COUPLAGE HYDROMÉCANIQUE

5.3.1 PRÉSENTATION DU PROBLÈME

Dans ce qui précède (voir §5.2.4), la déformabilité du squelette de sol est prise en compte dans le coefficient d'emménagement S . On présente ici une formulation plus détaillée qui permet de mieux cerner le couplage entre la déformation du sol et l'écoulement de l'eau (Biot, 1941, Coussy, 1991). On se place dans le cas où le sol est entièrement saturé.

Le principe des contraintes effectives de Terzaghi stipule que les déformations du sol ε sont reliées aux contraintes effectives σ' définies par $\sigma' = \sigma - u_w \delta$, où σ désigne le tenseur des contraintes totales, u_w la pression interstitielle et δ le tenseur identité, soit :

$$\sigma' = \Sigma \cdot \varepsilon$$

Par ailleurs, on écrit l'équation d'équilibre statique en contraintes totales :

$$\text{div}(\sigma) - \gamma e_z = 0 \quad (2)$$

où γ désigne le poids volumique du sol saturé. On peut formuler cette équation en termes de contraintes effectives et de charge hydraulique :

$$\text{div}(\sigma') + \text{grad}(u_w) - \gamma e_z = \text{div}(\sigma') + \rho_w g \text{grad}(h) - \gamma' e_z \quad (3)$$

où γ' est le poids volumique déjaugé du sol, défini comme la différence entre le poids saturé et le poids de l'eau :

$$\gamma' = \gamma - \rho_w g$$

La présence du gradient de la charge hydraulique dans l'équation (3) fait que l'on ne peut pas résoudre de manière générale le problème mécanique constitué par la loi de comportement et l'équation d'équilibre indépendamment du problème hydraulique, sauf dans deux cas particuliers :

- celui du problème à long terme en régime permanent ;
- celui du problème à court terme ou non drainé.

Le cas du couplage complet hydro-mécanique est abordé dans un dernier temps.

5.3.2 PROBLÈME À LONG TERME

Dans certains cas, les chargements appliqués et les conditions aux limites permettent de parvenir à un régime permanent où les champs de charge hydraulique et de déformation ne varient plus dans le temps. Le problème hydraulique se ramène à l'équation du régime permanent (équation de Laplace du §5.2.3). On peut alors calculer d'abord la charge hydraulique, puis la reporter dans l'équation d'équilibre (3), où elle apparaît comme un terme analogue à une force volumique, et résoudre le problème mécanique dans un deuxième temps. On parvient donc à « découpler » le problème : la charge est calculée en résolvant un problème indépendant puis reportée dans le problème mécanique. On n'est pas assuré de décrire correctement l'évolution du massif de sol : il est possible que la situation à long terme ne soit pas la plus défavorable en termes de stabilité. D'autre part, cette analyse simplifiée ne permet pas de savoir au bout de combien de temps on parvient au régime permanent (une évaluation peut être obtenue à l'aide d'un calcul hydraulique en régime transitoire comme au §5.2.4).

5.3.3 PROBLÈME À COURT TERME

On peut également s'intéresser à la situation à court terme, après un chargement mécanique suffisamment rapide pour que l'eau n'ait pas eu le temps d'entrer ou de sortir de chaque volume élémentaire de sol : on parle d'évolution « non drainée ». En imposant en chaque point du modèle qu'il n'y ait pas d'apport ou de retrait d'eau, on peut exprimer la variation de la pression interstitielle (et donc la charge) en fonction de la déformation du sque-

lette, immédiatement après l'application du chargement :

$$(u_w - u_w^0) = K \operatorname{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}) \quad (4)$$

Où u_w^0 est la pression interstitielle initiale et K est un coefficient qu'on peut prendre égal à $K = K_w / \phi$. On parvient ainsi à formuler un problème mécanique « à court terme » à partir de l'équation d'équilibre en contraintes totales (2) et avec une loi de comportement formulée en contraintes totales à court terme¹¹:

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}' + u_w \boldsymbol{\delta} = \boldsymbol{\Sigma} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} + (u_w^0 + K \operatorname{tr}(\boldsymbol{\varepsilon})) \boldsymbol{\delta}$$

Une fois ce problème mécanique résolu, l'équation (4) permet de calculer la pression interstitielle et la charge hydraulique à court terme.

Le champ de pression interstitielle induit à court terme par le chargement mécanique n'est en général pas en équilibre vis-à-vis du phénomène hydraulique. Il y a une évolution du champ de pression, qui entraîne des déformations différées du sol : dans le cas de la consolidation d'une couche de sol, les surpressions se dissipent progressivement. La durée de l'évolution du champ de pression dépend de la perméabilité du sol, de la raideur du terrain et des conditions de drainage.

5.3.4 PROBLÈME COUPLÉ EN RÉGIME TRANSITOIRE

Pour représenter le problème hydraulique, on adopte ici la démarche proposée par Biot (1941). L'idée est de suivre un volume élémentaire de sol dans son mouvement : le bilan de l'eau qui y entre et en sort tient compte de la différence entre les vitesses de l'eau et du squelette. Biot a introduit le courant de masse de l'eau w , qui permet de représenter le flux de masse d'eau à travers une surface attachée au squelette.

On introduit d'autre part l'apport de masse de l'eau m , défini comme la différence entre la masse d'eau contenue actuellement dans un volume élémentaire de sol dV et la masse qu'il contenait initialement, rapportée à son volume initial dV^0 :

$$m = \frac{\rho_w \phi dV - \rho_w^0 \phi^0 dV^0}{dV^0} = \rho_w \phi (1 - \operatorname{tr}(\boldsymbol{\varepsilon})) - \rho_w^0 \phi^0$$

Les différents termes intervenant dans l'expression de m traduisent le fait que l'on peut faire entrer de l'eau dans un volume de sol en augmentant la masse volumique de l'eau ρ_w , en augmentant la porosité ϕ ou en augmentant le volume total.

¹¹ Dans le cas d'un problème 1D (et en négligeant le coefficient de Poisson), cette équation devient : $\sigma_{zz} = u_w^0 + (E + K_w / \phi) \varepsilon_{zz}$

Avec ces notations, la conservation de la masse d'eau s'écrit :

$$\frac{dm}{dt} + \text{div}(\mathbf{w}) = 0$$

et la loi de Darcy relie le courant de masse de l'eau \mathbf{w} au gradient hydraulique :

$$\frac{\mathbf{w}}{\rho_w} = -\mathbf{k} \cdot \text{grad}(h)$$

A ce stade, l'équation d'équilibre, la conservation de la masse d'eau, la loi de comportement et la loi de Darcy ne définissent pas un problème bien posé : il manque une équation. Biot a proposé la relation suivante :

$$\frac{m}{\rho_w} = \frac{u_w - u_w^0}{M} + b \text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}) \quad (5)$$

où u_w^0 désigne la valeur initiale de la pression de l'eau au point considéré, M et b sont deux caractéristiques scalaires du matériau appelées respectivement le module de Biot (homogène à une pression) et le coefficient de Biot (sans dimension). La relation (5) traduit le fait que si l'on injecte de l'eau ($m > 0$) en maintenant le volume constant ($\text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}) = 0$), la pression de l'eau augmente ; de même, si le volume du sol diminue ($\text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}) < 0$) mais qu'on empêche l'eau de s'en échapper ($m = 0$), la pression de l'eau augmente.

Pour les sols, on peut admettre que le coefficient de Biot b est proche de 1, et que le module de Biot M est lié au module de compression de l'eau K_w et à celui des grains solides K_s :

$$\frac{1}{M} = \frac{\phi}{K_w} + \frac{(1-\phi)}{K_s} \approx \frac{\phi}{K_w}$$

En négligeant les variations de la masse volumique de l'eau ρ_w , on parvient à :

$$\begin{aligned} \text{div}(\mathbf{k} \cdot \text{grad } h) &= -\text{div} \frac{\mathbf{w}}{\rho_w} = \frac{(\partial m / \partial t)}{\rho_w} \\ &= \frac{1}{M} \frac{\partial u_m}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t} (\text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon})) \end{aligned}$$

soit¹² :

$$\text{div}(\mathbf{k} \cdot \text{grad } h) = \frac{\rho_w g \phi}{K_w} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t} (\text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}))$$

On reconnaît la somme de trois termes liés à la compression de l'eau, des grains et du squelette.

Dans certains cas particuliers, comme le problème de la consolidation unidimensionnelle, on peut exprimer la déformation volumique du squelette $\text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon})$ en fonction de la variation de la charge hydraulique, et retrouver la structure du coefficient d'emmagasinement introduit au paragraphe 5.2.3.

Dans le cas général, il n'est pas possible d'éliminer la déformation volumique au profit de la charge hydraulique pour établir une relation du type de (2) : il n'est donc pas possible de résoudre le problème hydraulique indépendamment du problème mécanique. L'équation d'équilibre, l'équation de continuité, la loi de comportement du squelette, la loi de Darcy et la relation (5) constituent le problème couplé complet à résoudre, moyennant le choix de conditions aux limites et de conditions initiales appropriées pour le problème mécanique et le problème hydraulique.

Ce problème a une structure mathématique complexe de type point-selle, qui demande des algorithmes de résolution numérique spécifiques : la résolution numérique du problème complètement couplé est nettement plus délicate que celle du problème mécanique ou du problème hydraulique considérés séparément.

Il faut souligner que, si une variation de la pression de l'eau induit une variation des contraintes effectives et donc une déformation du squelette, l'inverse est vrai également : une déformation du squelette a une influence sur le champ de pression. En particulier, si l'on impose un chargement mécanique assez rapide pour que l'eau n'ait pas le temps de s'écouler, l'équation (5) pour $m=0$, montre qu'une déformation du squelette (due à un chargement mécanique), induit une variation de pression, donc un changement du régime hydraulique.

5.4 SYNTHÈSE

La prise en compte de l'eau dans les modélisations numériques peut avoir pour but d'estimer des débits d'exhaure pour dimensionner un système de pompage, ou des pressions interstitielles pour déterminer le champ de contraintes effectives pour justifier un ouvrage géotechnique. Une difficulté importante est d'avoir une estimation réaliste des perméabilités du massif en place. Pour ce qui concerne l'influence de l'eau sur le comportement mécanique, la réalisation de calculs complètement couplés, au sens du paragraphe §5.3.4, reste rare et n'est pas néces-

¹² Dans le cas d'un problème 1D, cette équation devient : $k \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \frac{\rho_w g \phi}{K_w} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial \varepsilon_{zz}}{\partial t}$

sairement la meilleure approche, à cause de la structure mathématique du problème, nettement plus complexe que celle d'un problème de mécanique classique. On a donc tendance à privilégier une démarche dans laquelle on détermine le champ de pression interstitielle séparément avant de l'introduire dans le calcul mécanique.

Indépendamment de la démarche retenue (calcul complètement couplé ou calcul du champ de pression puis du champ de déplacement), pour étudier le comportement d'un ouvrage en condition non drainée, une attention particulière doit être portée au choix du modèle de comportement pour le sol, certains modèles pouvant conduire à surestimer largement la résistance au cisaillement du sol (voir §6.5).

5.5 RÉFÉRENCES

- Ababou R (2007). 'Eléments d'hydrologie souterraine', cours polycopié, INPT Toulouse.
- Alonso, E., Gens, A., and Josa, A. (1990). Constitutive Model for Partially Saturated Soils. *Géotechnique*, 40(3), 405-430.
- Biot MA (1941) 'General theory of three dimensional consolidation', *Journal of Applied Physics* (12), 155-164.
- Bishop, A. W., and Blight, G. E. (1963). Some Aspects of Effective Stress in Saturated and Partly Saturated Soils. *Géotechnique*, 13(3), 177-197.
- Boucher M (2007) '*Estimation des propriétés hydrodynamiques des aquifères par Résonance Magnétique des Protons dans différents contextes géologiques, de l'échantillon à l'échelle hydrogéologique*', Thèse Université d'Orléans.
- Coussy O (1991). Mécanique des milieux poreux, *Technip*, Paris.
- CFMS (2022) Recommandations pour la conception, l'exécution et le suivi des rabattements temporaires de nappes
- de Marsily, G. (1994). '*Hydrogéologie : comprendre et estimer les écoulements souterrains et le transport des polluants*', Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 243 pp.
- Delage, P., et Cui, Y.-J. (2000). 'L'eau dans les sols non saturés', *Techniques de l'ingénieur Géotechnique*, base documentaire : TIB238DUO (ref. article : c301). <https://www.techniques-ingenieur.fr/base-documentaire/construction-et-travaux-publics-th3/geotechnique-42238210/l-eau-dans-les-sols-non-satures-c301/>.
- Fredlund, D. (2019, mai 15). 'Unsaturated Soil Mechanics' [Course]. ISSMGE recorded Webinar. <https://www.issmge.org/education/recorded-webinars/introduction-to-unsaturated-soil-mechanics>.
- Khalili, N., Geiser, F., and Blight, G. E. (2004). 'Effective Stress in Unsaturated Soils : Review with New Evidence', *International Journal of Geomechanics*, 4(2), 115-126.
- Suski, B. (2005). '*Caractérisation et suivi des écoulements hydriques dans les milieux poreux par la méthode du Potentiel Spontané*', Thèse Université Aix-Marseille III.
- Van Genuchten, M. (1980). 'A Closed-form Equation for Predicting the Hydraulic Conductivity of Unsaturated' Soils1. *Soil Science Society of America Journal*, 44. <https://doi.org/10.2136/sssaj1980.03615995004400050002x>.



6 STRATÉGIE DE MODÉLISATION

6.1 INTRODUCTION

6.2 CONSTRUCTION DU MODÈLE

6.3 CHOIX DES LOIS DE COMPORTEMENT

6.4 PHASAGE

6.5 GESTION PRATIQUE DES COUPLAGES HYDRO-MECANIKES

6.6 EXPLOITATION DES RÉSULTATS

6.7 RÉFÉRENCES

6 STRATÉGIE DE MODÉLISATION

6.1 INTRODUCTION

L'utilisation de modèles numériques, du fait des durées liées à la construction des modèles, au calcul en tant que tel et à l'analyse des résultats doit nécessiter la mise au point d'une stratégie de modélisation propre à chaque projet. Cette stratégie concerne les données d'entrée d'une modélisation numérique et le traitement de l'ensemble des résultats obtenus en privilégiant les plus pertinents bien entendu.

En ce qui concerne les données d'entrée, cette stratégie doit s'appuyer sur certains aspects traités dans les chapitres précédents de ce guide :

- la construction du modèle et l'interaction sol-structure (voir §6.2) : il s'agit ici d'identifier les éléments à modéliser et de préciser le niveau de détail de la modélisation ;
- les lois de comportement (voir §6.3) : il s'agit de faire le lien entre les données géotechniques issues des sondages, des essais in-situ et des essais en laboratoire et les paramètres des différentes lois de comportement, en adéquation avec les enjeux de l'ouvrage étudié ;
- le phasage de calcul (voir §6.4) : il s'agit de représenter le plus fidèlement possible les différentes phases de réalisation puis d'exploitation de l'ouvrage géotechnique analysé. Des détails en lien avec l'évolution des modules d'élasticité ou le cas particulier des tunnels sont aussi présentés ;
- les couplages hydromécaniques (voir §6.5) : il s'agit de prendre en compte les effets directs et indirects liés à la présence de l'eau dans le terrain. Les deux points essentiels à traiter sont la modélisation des écoulements et la prise en compte de comportements non drainés suivis de phase de consolidation.

En ce qui concerne les résultats obtenus (voir §6.6), il s'agit de dresser une liste des grandeurs les plus importantes à analyser en fonction du problème traité.

6.2 CONSTRUCTION DU MODÈLE

6.2.1 GÉOMÉTRIE ET MAILLAGE

La géométrie du modèle doit être déterminée de manière à représenter tous les phénomènes qui sont susceptibles d'affecter le comportement de l'ouvrage géotechnique étudié et des ouvrages adjacents qui peuvent interagir

avec ce dernier. Les éléments présentés au §1.3 sont à mettre en œuvre.

6.2.2 CONDITIONS AUX LIMITES

6.2.2.1 FRONTIÈRES LATÉRALES DU MODÈLE

En complément des éléments présentés en §1.3.2, l'utilisation des modèles numériques pour l'estimation des déplacements requiert un soin particulier dans le choix et l'emplacement des frontières latérales du modèle. Par exemple, il convient de rappeler que pour les conditions les plus fréquemment adoptées, à savoir cisaillement et déplacement normal nuls, ces frontières jouent le rôle d'un plan de symétrie. Les rapprocher de l'emprise de l'ouvrage étudié revient implicitement à superposer l'effet de plusieurs ouvrages en interaction. Cela a généralement pour effet de surestimer les déplacements verticaux et de sous-estimer les déplacements horizontaux.

Dans le cas où la frontière latérale du modèle est effectivement destinée à simuler une condition de symétrie, il convient de vérifier que celle-ci est compatible avec les conditions de chargement, de stratigraphie et de géométrie. La figure 24 illustre l'exemple d'une fouille butonnée où la condition de symétrie est mise en défaut par la présence d'une surcharge initiale d'un côté de la fouille (représentative d'un bâtiment existant). Le fait de ne modéliser que la moitié de la fouille conduit à sous-estimer de façon notable la flèche de l'écran de soutènement.

Dans tous les cas, une frontière latérale qui n'est pas destinée à simuler un plan de symétrie doit être placée suffisamment loin de l'ouvrage étudié pour que le déplacement vertical au bord du modèle soit négligeable ou nul.

6.2.2.2 PROFONDEUR DU MODÈLE

La profondeur du modèle peut avoir une influence significative sur l'amplitude des déplacements :

- une profondeur insuffisante peut conduire par exemple à sous-estimer le tassement d'une fondation superficielle ou sur pieux ;
- à l'inverse, pour un problème de fondations, une profondeur trop importante peut conduire à exagérer l'amplitude et l'étendue des cuvettes de tassements. Pour un problème d'excavation, une profondeur trop importante peut exagérer les soulèvements et fausser l'amplitude des tassements derrière l'ouvrage de soutènement.

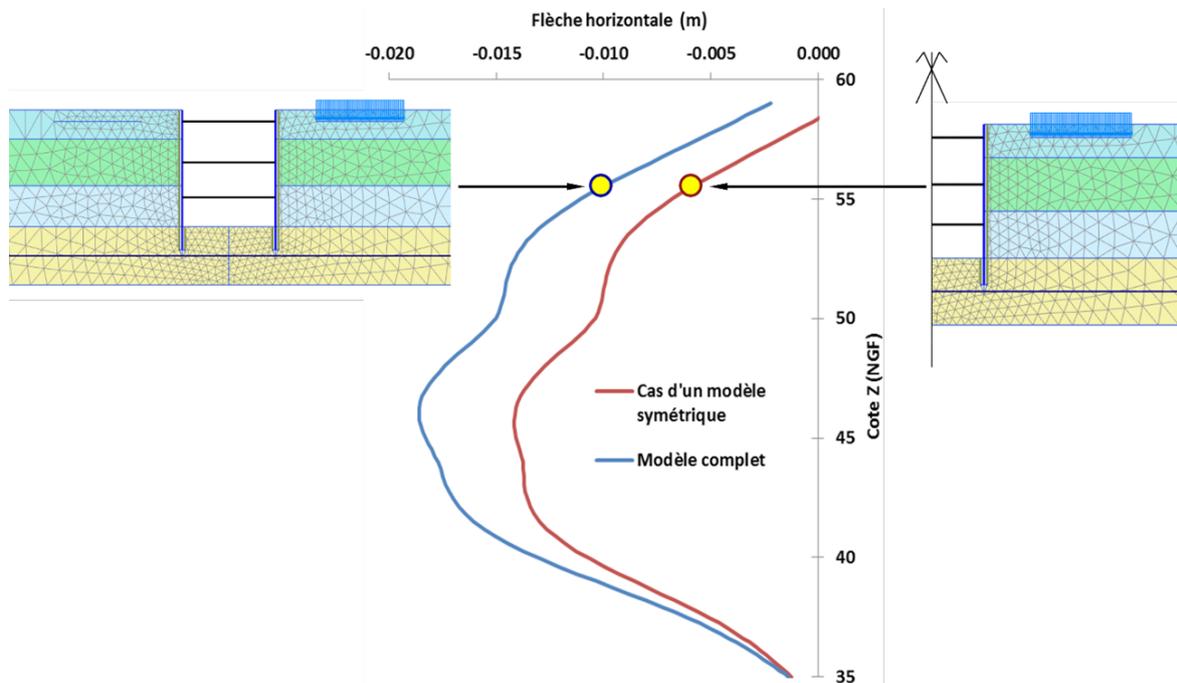


Figure 24 - Influence des conditions de symétrie sur la flèche horizontale d'un écran de soutènement dans une fouille dissymétrique.

L'influence de la profondeur du modèle est généralement amplifiée par le caractère peu réaliste des modèles géotechniques usuels qui considèrent des modules de déformation constants par couche indépendamment de la profondeur et du niveau de sollicitation (ou de déformation). En réalité, le module de déformation (et la résistance) d'un sol réel augmente avec la profondeur, en raison du cumul de deux facteurs :

- une augmentation « naturelle » de la rigidité du terrain avec la contrainte moyenne en place (et donc avec la profondeur) ;
- une diminution avec la profondeur de l'incrément de contrainte apporté par l'ouvrage et par conséquent du niveau de déformation (voir §2.3.1 pour la relation entre module et déformation).

On peut améliorer le modèle géotechnique (et limiter l'influence exagérée de la profondeur du modèle) en introduisant une loi d'augmentation des modules avec la profondeur (notamment pour la dernière couche du modèle). On peut considérer pour cela une loi de type « puissance » avec un paramètre puissance m choisi en fonction de la nature du terrain :

$$E(z) = E_{ref} \left(\frac{z}{z_{ref}} \right)^m$$

où E_{ref} désigne le module de déformation à $z = z_{ref}$. Le paramètre m prend les valeurs suivantes pour certains comportements idéalisés du terrain :

- $m \sim 0$ pour des sols indurés, très surconsolidés ou des roches tendres ;
- $m \sim 0,5$ pour des sols sableux propres ;
- $m \sim 1,0$ pour des sols argileux normalement consolidés.

Ces valeurs sont à caler pour chaque projet en fonction des données réellement disponibles.

La profondeur du modèle et les choix relatifs au comportement des couches profondes a également une influence sur la notion de « zone d'influence géotechnique ». En effet, le fait d'ignorer l'augmentation des modules en profondeur ou de surestimer la profondeur du modèle exagère l'emprise de la zone d'influence de l'ouvrage, particulièrement pour les problèmes de fondation. L'exemple qui suit en est une bonne illustration (Figure 25). On compare l'étendue de la cuvette de tassements entre une fondation filante de largeur B reposant sur un massif semi-infini de module constant, et la

même fondation reposant sur un massif semi-infini dont le module augmente linéairement avec la profondeur. Dans ce dernier cas ($m = 1$), le tassement devient négligeable au-delà d'une distance supérieure ou égale à $3B$. Avec un module constant ($m = 0$), le tassement de la fondation

s'étend sur une zone plus large : le tassement ne devient inférieur à 50% du tassement maximal qu'au-delà d'une distance égale à 5 fois la largeur de la fondation.

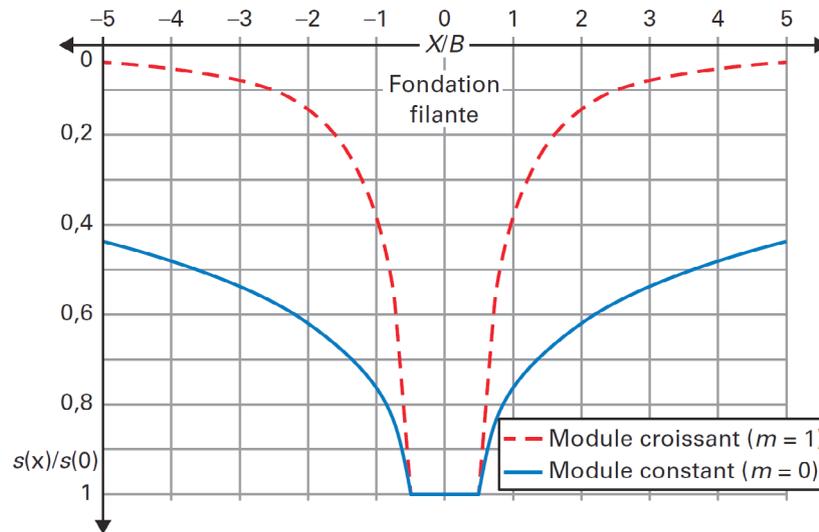


Figure 25 - Etendue de la cuvette de tassements au voisinage d'une semelle filante : influence de la prise en compte d'un module augmentant avec la profondeur.

6.2.2.3 CAS PARTICULIER DES TUNNELS

Pour les problèmes d'excavation et en particulier pour les tunnels, différentes recommandations peuvent être retrouvées dans la littérature et il convient dans tous les cas d'ajuster les dimensions du modèle en fonction de la profondeur de l'excavation.

Pour des tunnels peu profonds en champ libre, la largeur du modèle de part et d'autre du tunnel peut être fixée de la manière suivante (Guilloux et al., 2021) :

$$W = \min (5D ; 2D (1 + H/D))$$

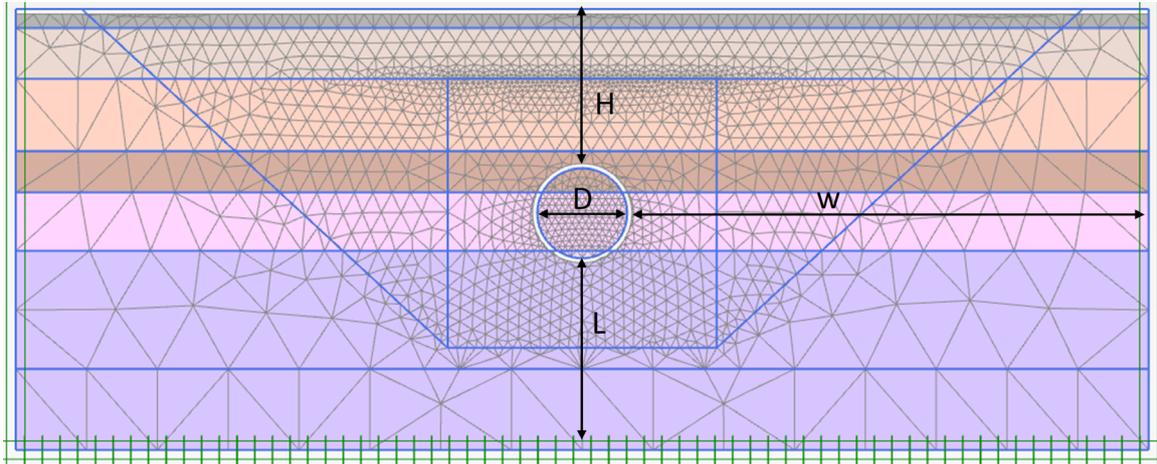
Pour la profondeur du modèle, deux cas peuvent être rencontrés :

- si un substratum doté d'une forte raideur par rapport au massif encaissant est présent à proximité de la sous face du tunnel, le bord du modèle peut être placé au niveau du toit de celui-ci (qui est de fait supposé indéformable).

- si ce n'est pas le cas, et en particulier lorsque le comportement retenu pour le sol n'intègre pas d'augmentation de raideur avec la profondeur, il est conseillé de placer la limite inférieure à environ deux fois le diamètre pour éviter de sous-estimer les tassements générés en surface (Mestat, 1993).

La Figure 26 illustre l'influence des dimensions du modèle sur l'amplitude et l'extension de la cuvette de tassement.

Dans tous les cas, les dimensions retenues doivent être déterminées au cas par cas en fonction des conditions du projet (présence d'avoisnants notamment).



Influence de la profondeur de modèle sur les tassement de surface

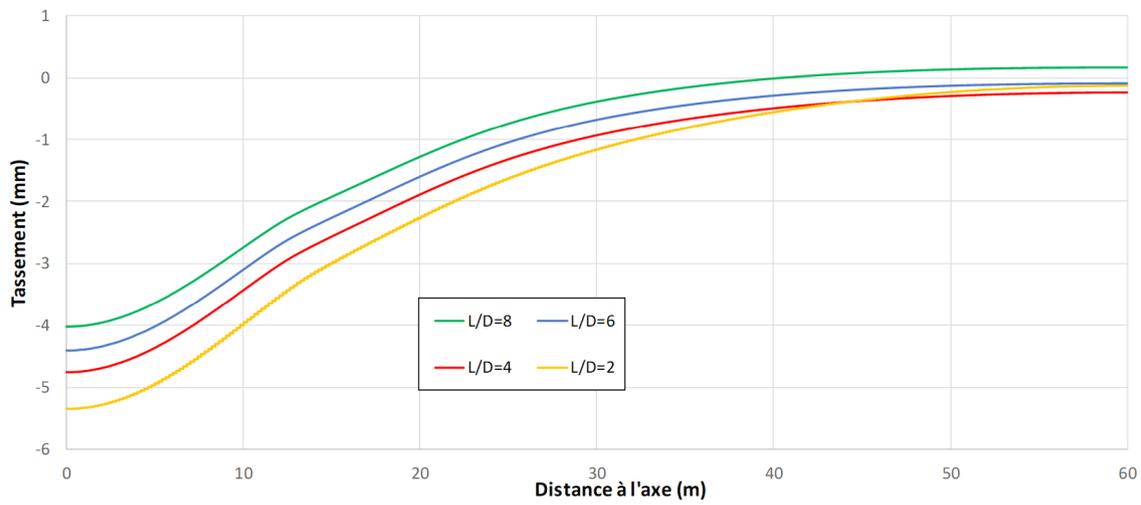


Figure 26 - Tassements de surface obtenus par la simulation d'un creusement de tunnel au tunnelier en déformation plane : influence de la profondeur de modèle.

6.2.3 ÉTAT INITIAL DES CONTRAINTES

6.2.3.1 CHOIX DE LA PROCÉDURE D'INITIALISATION DES CONTRAINTES

L'initialisation des contraintes est une étape importante de la construction d'une modélisation numérique. La démarche vise à définir un champ de contraintes initiales qui rend compte de la combinaison des facteurs suivants : poids des terres en place, distribution des pressions interstitielles dans le terrain et histoire des chargements précédant la construction de l'ouvrage étudié.

Dans la pratique, l'initialisation des contraintes peut être gérée selon deux types de procédures :

- une procédure « de type K_0 » qui fait intervenir, comme son nom l'indique, le coefficient de pression des terres au repos K_0 . La contrainte verticale effective σ'_{v0} est générée de façon géostatique. La contrainte horizontale effective σ'_{h0} est générée comme suit :

$$\sigma'_{h0} = K_0 \sigma'_{v0}$$

- une procédure de type « chargement gravitaire » dans laquelle l'état initial de contraintes est un résultat d'équilibre d'un calcul simulant un chargement volumique extérieur correspondant aux forces de pesanteur. Dans un terrain élastique horizontal, une telle procédure conduit à :

$$\sigma'_{h0} = \frac{\nu}{1 - \nu} \sigma'_{v0}$$

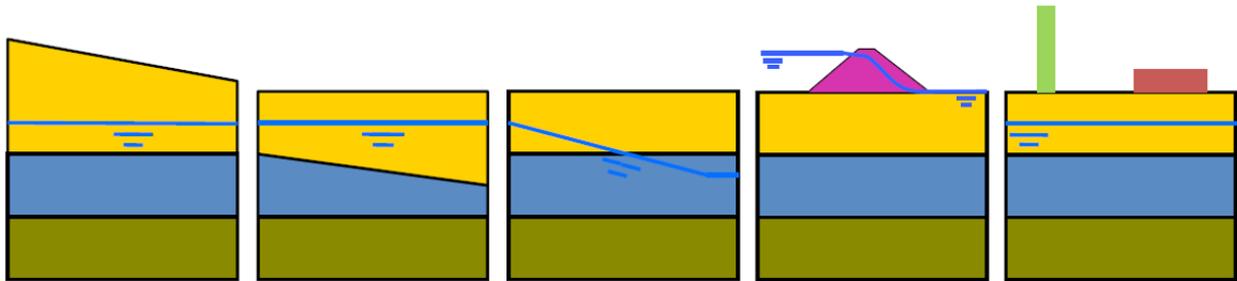


Figure 27 - Exemples de situations pour lesquelles la procédure K_0 n'est pas directement applicable pour le calcul du champ de contraintes initiales.

La procédure K_0 est réservée par construction aux configurations pour lesquelles le rapport $\sigma'_{h0} / \sigma'_{v0}$ peut être considéré comme uniforme selon les directions horizontales. En particulier, les situations suivantes (Figure 27) ne peuvent être traitées de cette façon :

- Stratigraphie variable dans les directions horizontales (à l'exception du cas schématique d'une pente infinie) ;
- Piézométrie variable dans les directions horizontales ;
- Présence d'un chargement initial localisé en surface (bâtiment ou remblai existant).

Pour ces situations, une procédure de type « chargement gravitaire » peut être adoptée. Cependant, l'attention est attirée sur le fait que cela ne traduit pas une valeur de K_0 , et ne permet pas de contrôler les ratios $\sigma'_{h0} / \sigma'_{v0}$ obtenus. Cela peut ne pas être représentatif de l'état de contrainte des sols en place dépendant notamment de l'histoire géologique du terrain (cas des tunnels profonds par exemple, voir Gysel, 1975 au §1.4). Il peut être alors plus approprié de combiner : Une procédure de type K_0 pour établir un état de contraintes initiales correspondant au « champ libre » (par exemple en l'absence du talus ou du bâtiment existant), et une phase de calcul spécifique destinée à couvrir certains aspects particuliers (géométrie, chargement) de la zone d'étude. Par exemple, reproduire des phases de chargement préexistant au projet qui ont pu influencer l'état de contrainte du sol.

6.2.3.2 CHOIX DU COEFFICIENT K_0

Le coefficient de pression des terres au repos varie usuellement entre 0,5 et 1,0 selon le type et l'histoire géologique du terrain. Ce coefficient peut être relié empiriquement à l'angle de frottement φ et au rapport de surconsolidation OCR à l'aide de la relation :

$$K_0 = (1 - \sin \varphi) \cdot \text{OCR}^{\sin \varphi}$$

D'autres relations peuvent être utilisées, notamment pour des terrains fortement surconsolidés.

6.2.3.3 INFLUENCE DE K_0 POUR LE CAS PARTICULIER DES EXCAVATIONS

Le choix du coefficient K_0 joue un rôle particulièrement important dans les calculs des écrans de soutènement et de tunnels car il intervient dans le chargement appliqué sur les bords libres des éléments de volume ou de structure déconfinés (voir §1.4). Ce coefficient a une influence fondamentale à la fois sur les sollicitations s'exerçant sur le système de soutènement et sur l'amplitude et l'extension des cuvettes de tassement en surface au droit du tunnel ou en arrière de l'écran de soutènement.

Pour les tunnels, la figure 28 illustre cette influence pour un tunnel de 10 m de diamètre dans un terrain purement cohérent, avec un déconfinement total. Lorsque le coefficient de pression des terres au repos augmente, la compression des terrains au-dessus du tunnel a tendance à limiter les tassements et peut même aboutir en théorie à des soulèvements pour des valeurs de K_0 supérieures à 1,00.

Pour les soutènements, un aspect à considérer est la réalisation ou la mise en place de l'écran qui conduit à modifier l'état de contraintes autour de l'écran avant les travaux d'excavation. Ce n'est pas le cas pour les tunnels où les travaux d'excavation sont concomitants à la réalisation du tunnel. Cette modification du coefficient de pression des terres au repos a fait l'objet de nombreuses études en ce qui concerne la réalisation des parois moulées. Les redistributions de contraintes autour des panneaux excavés peuvent parfois être relativement significatives (Gourvenec et al., 1999, Burlon et al., 2013) et conduire à des déplacements de terrain dont il faut tenir compte vis-à-vis des ouvrages avoisinants. Dans la pratique néanmoins, il est d'usage de négliger les effets de la mise en place de l'écran et ceux-ci sont traités indirectement dans le choix des valeurs des paramètres de la loi de comportement.

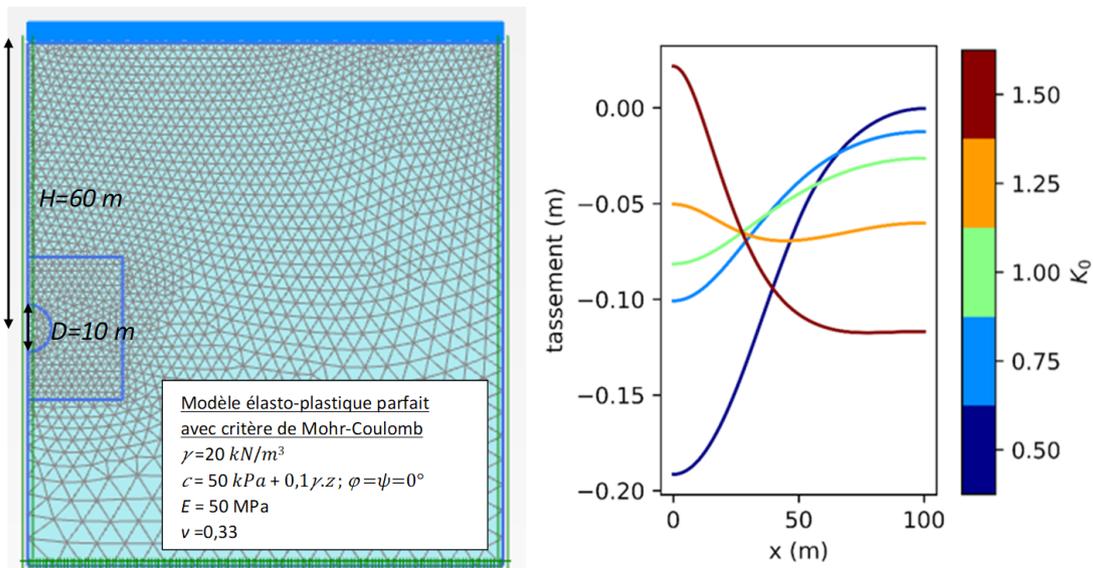


Figure 28 - Illustration de l'influence du coefficient des terres au repos sur la cuvette de tassement d'un tunnel.

6.2.4 MODÉLISATION DE L'INTERACTION AVEC LES ÉLÉMENTS STRUCTURAUX

6.2.4.1 POSITION DU PROBLÈME

L'un des avantages des modèles numériques réside dans leur capacité à rendre compte des mécanismes d'interaction sol-structure et d'interaction structure-sol-structure (voir chapitre 4). Théoriquement, ces mécanismes peuvent être abordés de façon directe en construisant une modélisation numérique d'ensemble intégrant explicitement la structure et le sol qui la supporte comme l'il-

lustre l'exemple de la Figure 29a. Dans la pratique, en dehors des projets de grande envergure (installations industrielles sensibles, bâtiments exceptionnels, etc.), la modélisation numérique « géotechnique » se limite à représenter des ouvrages dits « géotechniques » : fondations superficielles ou profondes, parois de soutènement, structure d'un tunnel etc. La superstructure fait alors l'objet d'une modélisation numérique dédiée dont l'interaction avec le modèle géotechnique est usuellement gérée moyennant un jeu d'actions et de réactions (Figure 29b).

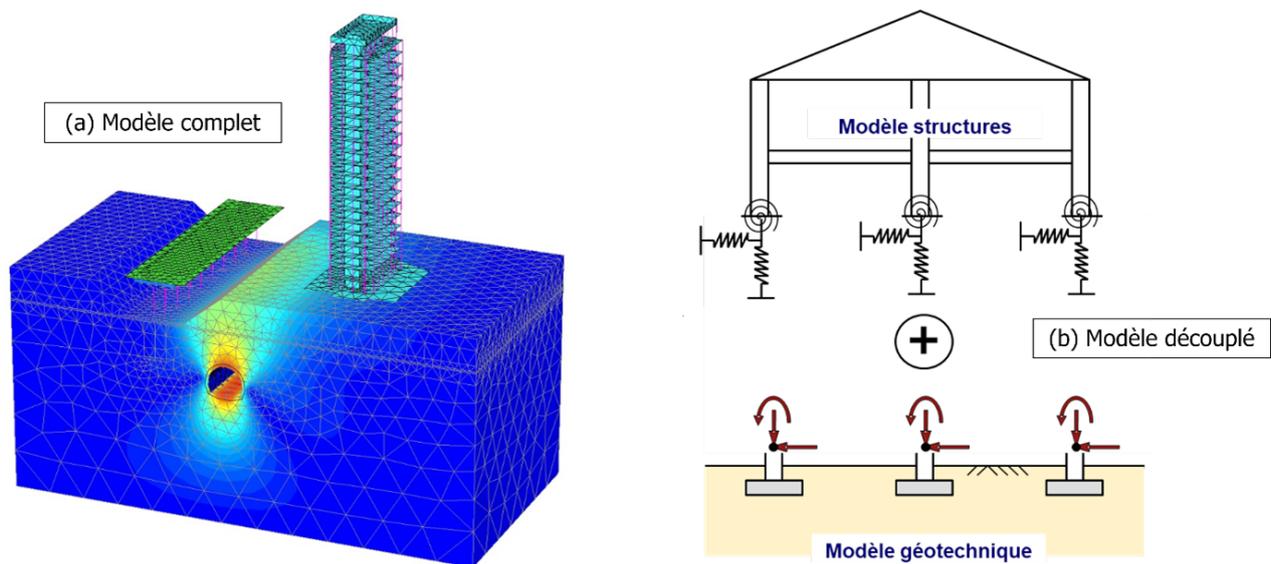


Figure 29 - Exemple d'une modélisation numérique couplée (a) intégrant l'ensemble des éléments structuraux en interaction avec le sol et d'une modélisation découplée (b) où les parties « structure » et « géotechnique » font l'objet de deux modèles séparés.

6.2.4.2 MODÉLISATION DES ÉLÉMENTS DE STRUCTURE

Comme indiqué en §1.6.1, l'intégration des éléments de structure dans le modèle géotechnique pose la question de la modélisation de ces éléments. Il existe en pratique deux possibilités :

- Option 1 : utilisation d'un maillage « volumique », l'emprise géométrique de l'élément de structure est explicitement représentée et celui-ci est modélisé comme un milieu continu tridimensionnel, caractérisé à l'aide de propriétés mécaniques telles que le module de Young, le coefficient de Poisson, un critère de plasticité éventuel, etc. ;

- Option 2 : utilisation d'un maillage « surfacique » ou « linéique » par recours à des éléments de poutre et de plaques, qui relèvent d'une modélisation mécanique spécifique, et dont le comportement est caractérisé à l'aide de paramètres tels que la rigidité axiale, le produit d'inertie, le coefficient de Poisson, éventuellement un diagramme d'interaction, etc..

Le recours à l'option 2 relève d'une nécessité purement pratique : cela allège la taille du modèle et permet d'obtenir des résultats directement exploitables dans les formalismes usuels de justification d'une section métallique ou en béton armé (diagramme des efforts internes N , V , M etc.). Les recommandations du §4.1 s'appliquent.

6.2.4.3 MODÉLISATION DES CONDITIONS D'INTERFACES

Comme indiqué en §1.6.2, l'exploitation des sollicitations dans les éléments structure nécessite de contrôler la pertinence des contraintes de cisaillement transisant à l'interface sol/structure. On peut distinguer (Figure 30) pour cela deux conditions d'interface (voir également §4.2) :

- condition d'interface à « rugosité imposée » correspondant notamment à la condition de contact supposée en sous face d'une fondation superficielle ou sur la hauteur d'un écran de soutènement. Il s'agit donc de plafonner l'inclinaison des contraintes à l'interface sol/structure à une valeur limite notée φ_i correspondant à un angle de frottement d'interface¹³. Usuelle-

ment, la valeur φ_i est choisie comme une fraction de l'angle de frottement interne du sol φ comprise entre 0,33 et 1,00 ;

- condition d'interface à « cisaillement limite imposé », applicable notamment aux interfaces sol/pieux, et qui consiste à limiter la contrainte de cisaillement (frottement axial) indépendamment de la contrainte normale σ'_N . La valeur limite n'est autre que le frottement axial limite q_{sl} que l'on utilise pour les vérifications de portance des fondations profondes. Elle est fortement dépendante de la technique de réalisation de la fondation. Dans la pratique, en cas d'utilisation d'éléments d'interface, cette condition peut être simulée en affectant à l'interface un matériau « fictif » caractérisé par $\varphi_i = 0$ et $c_i = q_{sl}$.

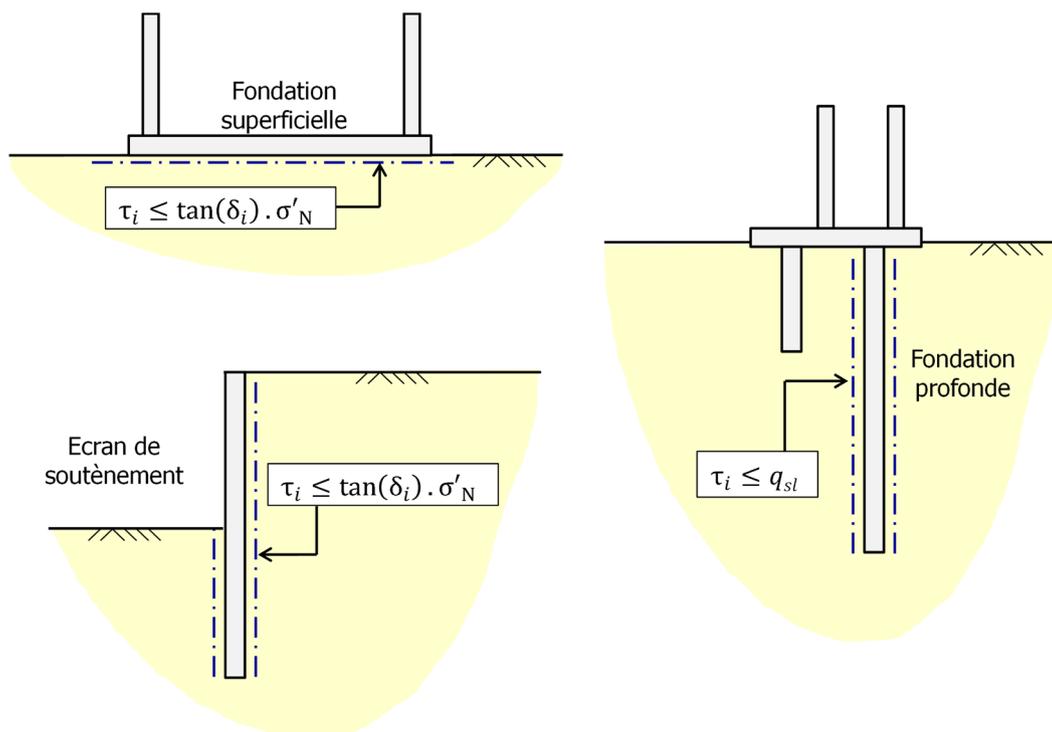


Figure 30 - Choix des paramètres des éléments d'interface pour contrôler les efforts d'interaction sol/structure.

¹³ Pour les codes de calcul exploitant la notion de R_{inter} , on a pour un sol frottant : $R_{inter} = \tan(\varphi_i) / \tan(\varphi)$

6.3 CHOIX DES LOIS DE COMPORTEMENT

6.3.1 ENJEUX

La modélisation numérique des ouvrages géotechniques est de plus en plus utilisée dans le but de fiabiliser l'estimation des déplacements et des sollicitations qui résultent des interactions (plus ou moins complexes) entre l'ouvrage et le sol environnant. La pertinence des résultats obtenus est directement liée à celle de la loi de comportement du terrain. Cette loi de comportement vise à rendre compte de la déformabilité du terrain qui, selon le problème étudié, peut être gouvernée aussi bien par des déformations d'origine élastique que plastique.

Dans la pratique, pour les problèmes de fondations, les marges de sécurité usuelles (de l'ordre de 2 à 3) permettent d'admettre, avec une approximation acceptable, que la rigidité du sol est principalement gouvernée par des déformations d'origine « élastique », qui peuvent donc être caractérisées à l'aide d'un modèle de comportement élastique (linéaire ou non linéaire), dans lequel le module de déformation E est le principal paramètre. Ce raisonnement ne s'applique pas nécessairement aux problèmes de remblais qui sont généralement dimensionnés avec des marges de sécurité plus faibles (1,3 à 1,5).

Pour les problèmes d'excavation (écrans de soutènement, tunnels etc.), en revanche, la maîtrise des modules de déformations élastiques, bien que nécessaire, n'est pas suffisante. Les déplacements liés aux excavations peuvent en effet inclure une part importante de déformations plastiques.

6.3.2 CHOIX DES MODULES DE DÉFORMATION

6.3.2.1 LIEN AVEC LE NIVEAU DE DÉFORMATION INDUIT PAR L'OUVRAGE

Dans la pratique usuelle de l'ingénierie géotechnique, la question des lois de comportement est souvent associée à celle des « modules ». En réalité, compte tenu du caractère non-linéaire du comportement des sols, ce module n'est pas déterminé de manière univoque. Il dépend de la nature du terrain, du niveau de déformation ou de sollicitation, de la nature volumique ou déviatorique de la déformation et de la direction de chargement ou de déchargement. Selon les procédures de calcul, des modules sécants ou tangents peuvent être définis. La figure 31 présente de manière schématique quelques-unes de ces alternatives.

Le tableau 7 donne quelques ordres de grandeur pour les gammes et les types de déformation subie par le terrain pour différentes catégories d'ouvrages géotechniques. Il s'agit de valeurs moyennes. La déformation est plus importante à proximité immédiate de l'ouvrage et plus faible à mesure que l'on s'en éloigne.

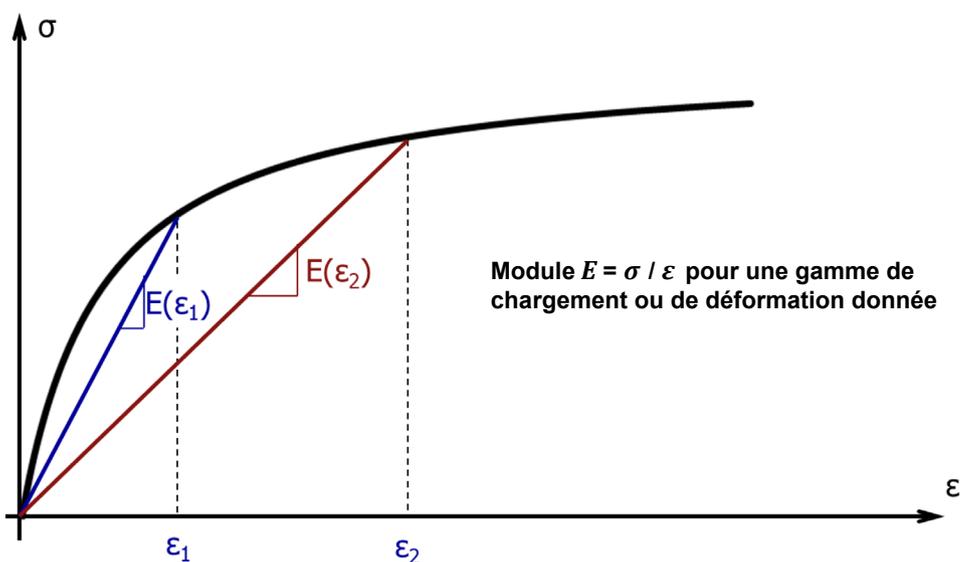


Figure 31 - Notion de module de déformation (sécant) apparent pour un sol de comportement non linéaire.

Tableau 7 - Gammes et types de déformation usuels (à titre indicatif)

Ouvrage	Gamme de déformation	Déformation prépondérante
Remblais sur sol compressible	10^{-2} à 10^{-1}	Volumique et/ou déviatorique
Radiers et dallages	10^{-3} à 10^{-2}	
Tunnels	10^{-3} à 10^{-2}	
Semelles et pieux isolés	$\sim 10^{-3}$	Déviatorique
Ecrans et murs de soutènement	10^{-4} à 10^{-3}	
Sollicitations sismiques ($PGA \leq 0,3g$)	10^{-5} à 10^{-4}	
Fondation de machines vibrantes	10^{-6} à 10^{-5}	

On note en particulier le caractère prépondérant des déformations déviatoriques pour les fondations isolées et les soutènements. Pour le cas des radiers et dallages, cela dépend en général du mode de sollicitation (localisé ou réparti) et de la profondeur des couches intéressées.

Les gammes de déformation indiquées pour les tunnels et soutènements correspondent aux déformations moyennes généralement observées (ou visées) pour des ouvrages réalisés en milieu urbain (pour lesquels

le déplacement est un critère de conception). Pour des projets d'ouvrages maritimes ou souterrains, les déformations peuvent être plus importantes (avec, par conséquent, des modules plus faibles).

Les figures suivantes présentent schématiquement les différentes zones de déformation associées aux fondations superficielles (Figure 32), aux soutènements par déblai (Figure 33), et aux tunnels (Figure 34).

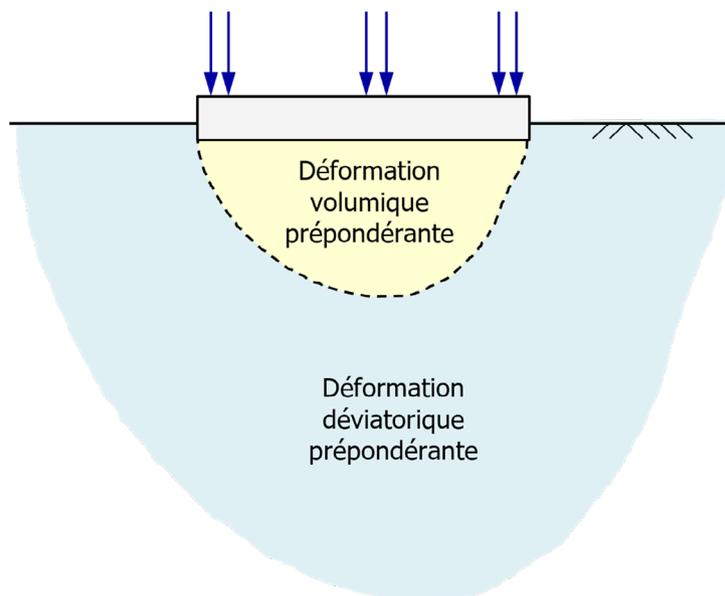


Figure 32 - Zones de déformation volumique et déviatorique sous une fondation superficielle.

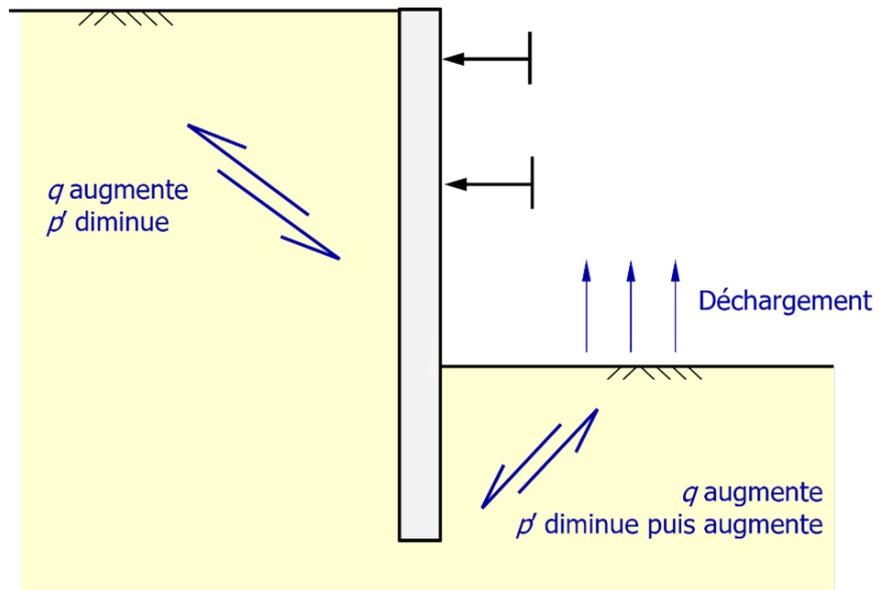


Figure 33 - Complexité des chemins de chargement pour un problème de soutènement par déblai (au sens d'un diagramme de Cambridge $p'-q$).

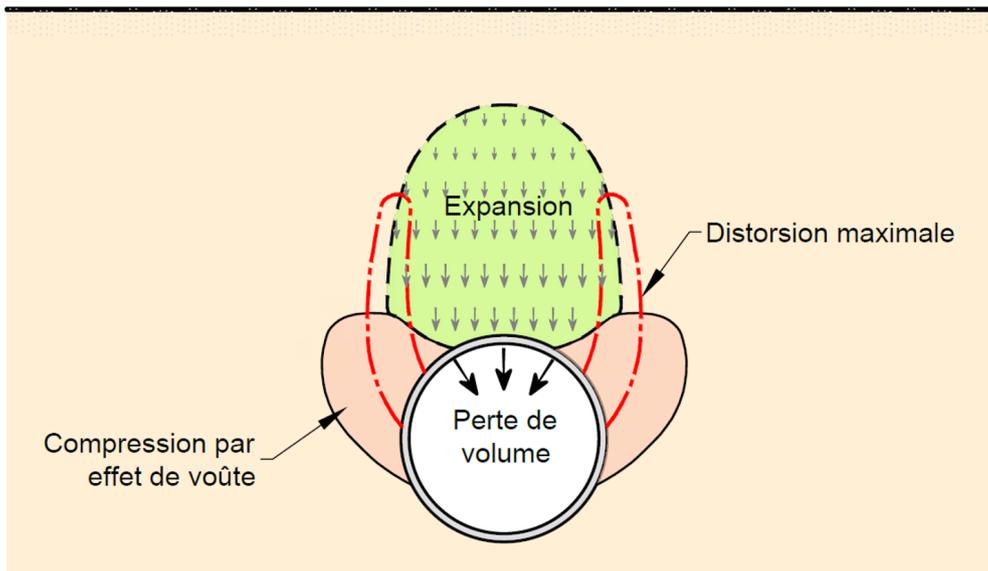


Figure 34 - Zones de déformation volumique et déviatorique pour un problème de tunnel.

6.3.2.2 LIEN AVEC LE NIVEAU DE DÉFORMATION COUVERT PAR LES ESSAIS USUELS

Il existe différents moyens pour estimer (ou orienter le choix) les modules de déformation. On peut citer notamment :

- les essais en laboratoire : oedomètre, triaxial classique ou de précision ;
- les essais in situ permettant la mesure directe d'un module : essai pressiométrique (Ménard ou autoforeur), le dilatomètre, les essais de propagation d'ondes (Cross-hole ou Down-hole) ;
- les corrélations avec les autres essais in situ (CPT, SPT etc.).

Tous ces essais permettent d'avoir accès, de façon directe ou indirecte, à « un module ». Dans la pratique, l'ingénieur est confronté néanmoins à la difficulté d'assurer la cohérence entre le domaine de validité du module mesuré, et le chemin de chargement et la gamme de déformations subies par le sol au voisinage de l'ouvrage étudié. Sans cette cohérence, le recours aux modèles numériques, tout en gardant des avantages, n'améliore pas forcément les prévisions par rapport à ce que l'on obtiendrait par des analyses moins élaborées (semi-analytiques, empiriques

etc.). Il est en effet important de rappeler que la gamme de déformation sur laquelle les essais classiques sollicitent le sol, en laboratoire ou in situ (y compris l'essai pressiométrique), correspond à des déformations de plusieurs pourcents voire d'une dizaine de pourcents, bien plus grandes que celles qui intéressent le dimensionnement et le bon fonctionnement des ouvrages géotechniques courants (entre 10^{-4} et 10^{-2}). A contrario, les essais dits « dynamiques » ou de propagation d'ondes sollicitent le sol à un niveau de déformation beaucoup plus faible (10^{-6}). On peut néanmoins citer les essais triaxiaux cycliques et le pressiomètre de « précision » (développé dans le cadre du Projet National ARSCOP) qui permettent de capter des modules directement exploitables pour le calcul des ouvrages géotechniques.

A noter également, qu'à l'exception de l'essai œdométrique, les essais usuels permettent de cibler essentiellement les déformations d'origine « déviatorique » (ou de cisaillement) et sont donc exploitables pour caractériser le comportement du sol dans les situations où les déformations déviatoriques sont prépondérantes.

La figure 35 donne quelques ordres de grandeur pour les gammes de déformation couvertes par les essais usuels.

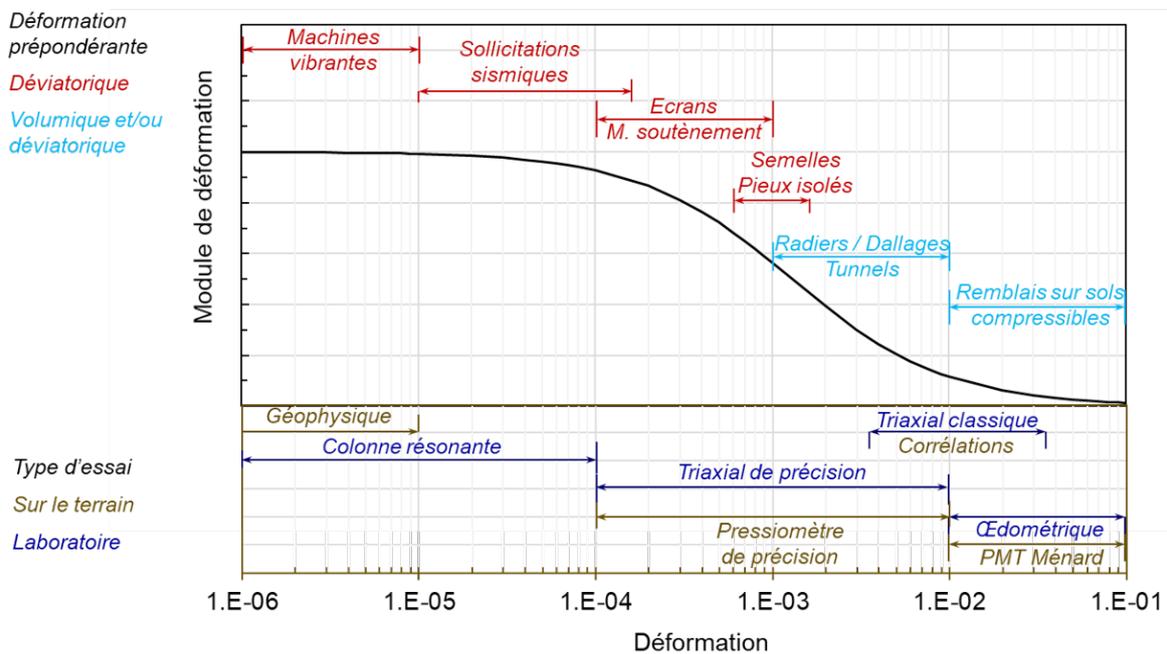


Figure 35 - Variation du module avec le niveau de déformation : induit par les ouvrages et couvert par les essais usuels.

6.3.2.3 ESTIMATION DES MODULES À PARTIR DE L'ESSAI PRESSIOMÉTRIQUE

La diffusion des essais in situ et notamment l'essai pressiométrique en France s'est accompagnée du développement de plusieurs modèles semi-empiriques permettant de traiter des cas élémentaires tels que le tassement d'une semelle isolée (Ménard, 1962), le tassement d'un pieu isolé (Frank et Zhao, 1982) ou la déformée d'un écran de soutènement flexible (Schmitt, 2005).

Ces modèles semi-empiriques, bien que limités à des configurations géométriques simples, peuvent servir de base de calage pour valider le choix du module de déformation destiné à alimenter les modèles numériques.

Dans la pratique, on cherche, pour un type de sol donné, le rapport E / E_M permettant de rapprocher les résultats des modèles numériques et semi-empiriques. Le calage ainsi obtenu est valable pour tout ouvrage intéressant le sol dans une gamme de déformation comparable à celle correspondant au domaine d'application des modèles semi-empiriques considérés.

Le tableau 8 donne quelques ordres de grandeur pour le rapport E / E_M résultant d'un tel calage et pouvant être retenu pour des calculs de fondation ou de soutènement. Ces valeurs s'entendent dans le cadre d'une loi élastique, parfaitement plastique, avec (pour les tunnels et les soutènements) un critère de rupture de Mohr Coulomb.

Tableau 8 - Rapport E / E_M pour les ouvrages courants (à titre indicatif)

Ouvrage	Gamme de déformation	Rapport E / E_M	
		Limons et Argiles	Sables et Graves
Radiers et dallages	10^{-3} à 10^{-2}	2 à 4	3 à 6
Semelles et pieux isolés	$\sim 10^{-3}$	3 à 4	4 à 6
Ecrans de soutènement	10^{-4} à 10^{-3}	3 à 8	4 à 12
Tunnels	10^{-3} à 10^{-2}	2 à 4	3 à 6

6.3.2.4 LIEN AVEC L'ESSAI AU PÉNÉTROMÈTRE STATIQUE

Cet essai ne permet pas la mesure d'un module de déformation. Il est néanmoins de plus en plus utilisé en France et de nombreuses corrélations existent entre module de déformation et résistance de cône q_c . La méthode de prévision des tassements de Sanglerat (1972) est basée

sur les valeurs du tableau 9, qui donne le rapport entre le module de déformation (en conditions œdométriques) et la résistance de cône. Ce module est valable pour des surfaces chargées de grandes dimensions et une gamme de déformation de l'ordre de 10^{-2} . Pour des déformations plus faibles (10^{-3} ou 10^{-4}), les valeurs indiquées peuvent être multipliées par un facteur allant de 2 à 4.

Tableau 9 - Rapport E / q_c pour une déformation de l'ordre de 10^{-2} (à titre indicatif)

Type de sol	q_c (MPa)	E / q_c
Argiles	< 0,7	3 à 8
	0,7 à 2,0	2 à 5
	> 2,0	1 à 2
Limons	< 2,0	3 à 6
	> 2,0	1 à 2
Sables	< 5,0	2,0
	> 10	1,5

6.3.2.5 LIEN AVEC LES ESSAIS DYNAMIQUES

Les essais de propagation d'ondes in-situ tels que l'essai Cross-Hole sont un exemple d'essais permettant l'obtention directe d'un module élastique à très faible niveau de déformation (typiquement de l'ordre de 10^{-6}). Ces essais permettent par exemple la mesure de la vitesse de propagation d'ondes de cisaillement V_s que l'on peut ensuite relier au module de cisaillement « maximal », noté G_0 , à l'aide de la relation :

$$G_0 = \rho V_s^2$$

Où ρ est la masse volumique du sol. Le module G_0 peut par exemple être directement utilisé pour la modélisation de problèmes vibratoires (fondation de machines vibrantes par exemple), ou comme point de passage pour construire une courbe dégradation dans le cadre d'une analyse en élasticité non-linéaire (voir §6.3.3).

6.3.2.6 COEFFICIENT DE POISSON

Le coefficient de Poisson ν est choisi généralement entre 0,25 et 0,35 pour un sol de comportement drainé. Entre ces deux valeurs, le coefficient de Poisson a généralement une influence limitée sur le résultat.

Le choix d'une valeur voisine de 0,5 (par exemple 0,49) peut être approprié pour rendre compte d'un comportement non drainé (à volume constant), dans le cadre d'un calcul en contraintes totales (voir §5.3).

6.3.3 UTILISATION DE L'ÉLASTICITÉ NON-LINÉAIRE

Par définition, un comportement élastique signifie que les déformations sont réversibles. L'élasticité peut être traitée par une approche linéaire (avec un module constant, déterminé a priori en faisant une hypothèse sur la gamme de déformation induite par l'ouvrage) ou non-linéaire (par l'intermédiaire d'une loi de variation des modules avec la déformation, voir §2.3.1). L'élasticité non linéaire permet de traiter implicitement le choix du module. Ce dernier est actualisé localement en fonction du niveau de déformation. Le module de déformation peut être le module de Young, le module de cisaillement ou le module de compressibilité. La déformation considérée peut être la déformation de cisaillement ou la déformation volumique. Pour la déformation de cisaillement, on utilise des courbes en « S » normalisées (par rapport au module maximal G_0) en fonction de l'indice de plasticité (pour des terrains argileux, Figure 36) ou de la contrainte de confinement (pour des terrains sableux, Figure 37).

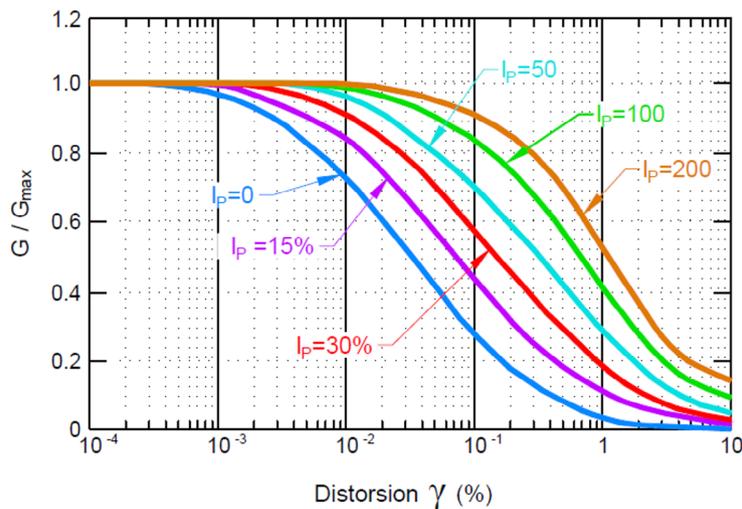


Figure 36 - Exemple de courbes en S pour un terrain argileux (en fonction de l'indice de plasticité).

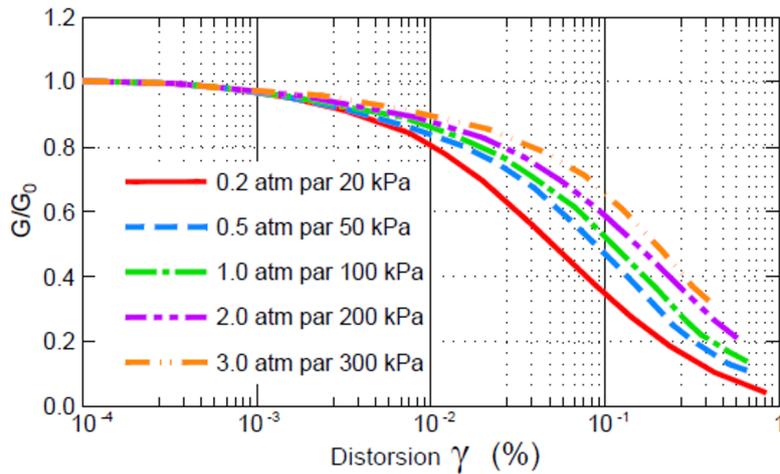


Figure 37 - Exemple de courbes en S pour un terrain sableux (en fonction de la contrainte de confinement).

Dans certains cas spécifiques, la variation du module peut être exprimée en fonction de la déformation verticale telle que proposée par le Projet National ARSCOP (Hoang et al., 2018, Hoang et al. 2020) pour le calcul des tassements sous des radiers ou des semelles (Figure 38). La courbe en « S » utilisée exprime ici le rapport E / E_M en fonction de la déformation verticale induite par la fondation superficielle (radier ou semelle) : les courbes de type 1 s'appliquent aux terrains sableux, le type 3 aux terrains argileux et le type 2 aux terrains intermédiaires.

Une autre alternative consiste à actualiser le module en fonction du niveau de contraintes. Bien qu'intéressante, cette approche exige néanmoins une attention particulière. Par exemple, les modèles où le module dépend de la contrainte mineure ou de la contrainte moyenne peuvent induire des modules particulièrement faibles dans les zones où ces grandeurs tendent vers 0 : c'est par exemple le cas du fond de fouille d'une excavation. La diminution du module accroît alors de manière irréaliste le soulèvement du fond de fouille.

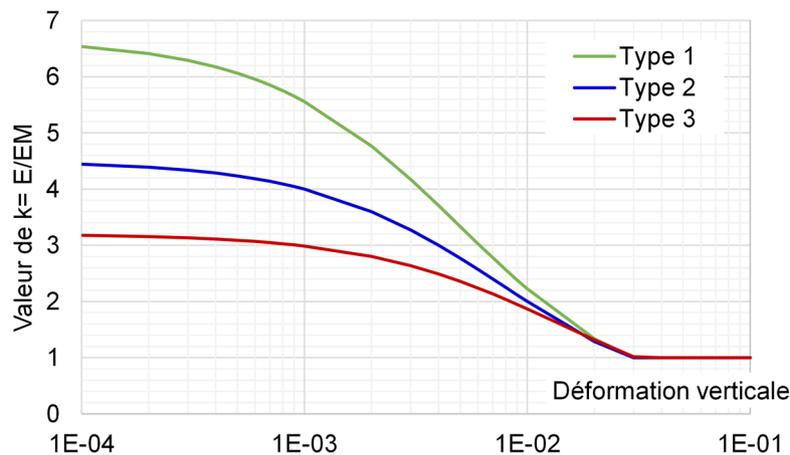


Figure 38 - Rapport E / E_M en fonction de la déformation verticale (voir Projet National ARSCOP).

6.3.4 UTILISATION DE L'ÉLASTOPLASTICITÉ

Dans de nombreux cas, le dimensionnement de l'ouvrage permet de limiter le développement de déformations plastiques si bien que le mécanisme plastique a finalement peu d'importance dans l'estimation des déplacements. C'est le cas notamment des fondations où les règles de justification de portance garantissent implicitement un comportement essentiellement dans le domaine élastique. Le cas des excavations (tunnels, écrans de soutènements) est différent. Pour ces ouvrages, les calculs montrent que les tassements générés par les opérations d'excavation peuvent intégrer des déformations plastiques significatives. Le choix du critère de plasticité et de la règle d'écoulement est donc primordial.

L'expérience montre ainsi qu'il peut être judicieux d'utiliser des lois de comportement permettant une entrée rapide dans le domaine plastique. Le modèle « Hardening-Soil » (voir §2.4.4) en est un exemple et son utilisation pour modéliser des travaux d'excavation peut être légitime comme l'illustre l'exemple de la figure 39 (Nejjar, 2019) qui présente la comparaison des déplacements verticaux issus de deux modèles élastoplastiques différents : le modèle 1 est un modèle élastique parfaitement plastique, le modèle 2 est un modèle élastique avec écrouissage plastique en cisaillement et en compression. Les deux modèles utilisés permettent de

reproduire la même flèche horizontale au niveau de l'écran de soutènement, alors que les déplacements verticaux obtenus à l'arrière de l'écran de soutènement sont de signes opposés : le modèle 1 conduit à un soulèvement, le modèle 2 à un tassement. Cette différence de comportement s'explique en partie par la règle d'écoulement du modèle 2 conduisant à de la contractance qui compense en partie les soulèvements générés par les forces de déconfinement appliquées sur le contour de la zone excavée. Il est important de souligner qu'en cas d'utilisation d'une loi de type Hardening-Soil pour un problème d'excavation, la déformabilité apparente du terrain est contrôlée à la fois par (voir les conventions du §2.4.5) : le module déviatorique sécant (E_{50}) dans les zones de chargement en cisaillement, le module oedométrique tangent (E_{oed}) dans les zones de chargement en compression, et le module de déchargement élastique (E_{ur}) dans les zones où le sol subit un déchargement.

Une autre application pour laquelle les effets de la plasticité ne peuvent pas être négligés concerne les problèmes de remblai sur sol compressible. Ces ouvrages sont généralement dimensionnés avec un niveau de sécurité plus faible (1,3 à 1,5) que celui considéré pour les fondations. Il peut être alors plus approprié de modéliser le comportement du sol compressible par une loi de type Soft-Soil telle que définie en §2.4.3.

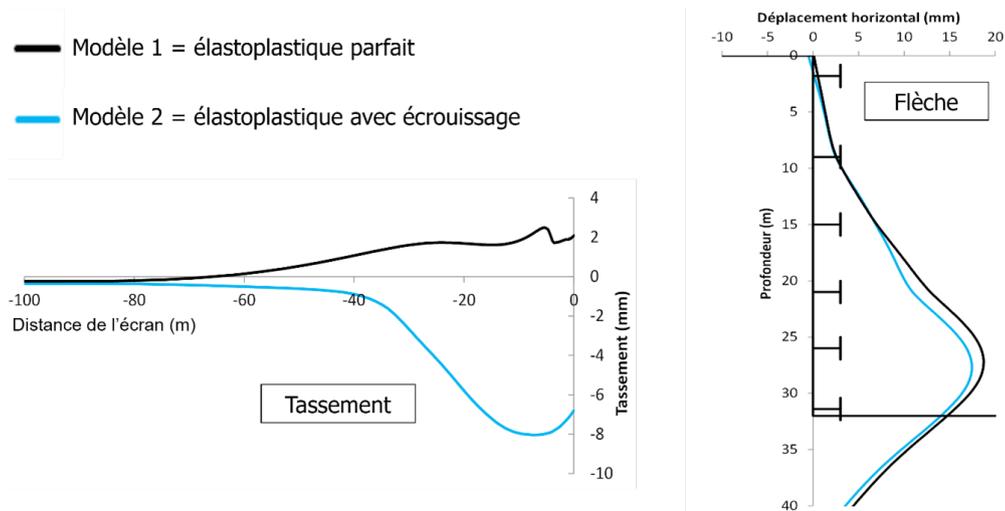


Figure 39 - Comparaison des déplacements verticaux issus de deux modèles de plasticité différents.

6.3.5 LIEN AVEC LES ESSAIS LABORATOIRE

6.3.5.1 ESSAI TRIAXIAL CLASSIQUE

L'exploitation des résultats d'un essai triaxial permet en premier lieu de déterminer les propriétés de cisaillement (c, φ). Il est en général plus pertinent de représenter les résultats de l'ensemble des essais réalisés (dans une formation donnée) selon un diagramme de Lambe (plan (s', t)) ou un diagramme de Cambridge (plan (p', q)), plutôt que de faire des statistiques sur les couples (c, φ) issus des différents essais.

Cet essai se révèle particulièrement intéressant pour caler certains paramètres de la loi Hardening Soil (voir §2.4.5). Ainsi l'exploitation de la courbe $q = f(\varepsilon_1)$ permet notamment de renseigner sur le module déviatorique sécant E_{50} (pour une contrainte de confinement donnée). La variation de ce module avec la contrainte de confinement permet de renseigner sur le paramètre puissance « m » (traduisant la variation du module avec la contrainte). Enfin, l'exploitation de la courbe $\varepsilon_v = f(\varepsilon_1)$ permet de déterminer l'angle de dilatance ψ .

Le calage peut être direct (en conditions drainées) ou indirect (en conditions non-drainées).

L'attention est attirée sur le fait que les essais triaxiaux classiques couvrent par construction une gamme de déformation bien plus élevée (de l'ordre de 10^{-2}) que celle qui intéresse la majorité des constructions en milieu urbain (de l'ordre de 10^{-3}). L'utilisation directe des paramètres issus d'un tel calage peut donc conduire à une estimation par excès des déplacements pour certains types d'ouvrages.

6.3.5.2 ESSAI OEDOMÉTRIQUE

L'essai oedométrique peut être utile pour renseigner certains paramètres des lois Hardening Soil (2.4.5) ou Soft Soil (2.4.4). Le palier de compression vierge renseigne sur le module oedométrique tangent E_{oed} de la loi Hardening Soil ou sur le paramètre λ^* de la loi Soft Soil. Le palier de recompression renseigne sur le module de déchargement E_{ur} de la loi Hardening Soil ou, de façon indirecte, sur le paramètre κ^* de la loi Soft Soil. En général, le rapport E_{ur}/E_{oed} observé à l'oedomètre est de l'ordre de 6 à 10 selon le type de sol.

L'attention est attirée sur le fait que les essais oedométriques classiques couvrent par construction une gamme de déformation (de l'ordre de 10^{-2} à 10^{-1}) bien plus élevée que celle qui intéresse la majorité des ouvrages géotechniques (10^{-4} à 10^{-2}). L'utilisation directe des paramètres issus d'un tel calage peut donc conduire à une estima-

tion par excès des déplacements. Cela se révèle toutefois bien adapté pour les problèmes de remblai sur sol compressible (qui intéressent les sols dans une gamme de déformation plus élevée et selon des chemins de chargement proches de ceux couverts par l'essai oedométrique).

6.3.5.3 ESSAI TRIAXIAL DE PRÉCISION

Ce type d'essais permet de couvrir une gamme de déformation allant de 10^{-4} à 10^{-2} , et ainsi de choisir directement les bons modules d'élasticité ou de caler des lois de variation du module (de cisaillement) avec la déformation (ou la distorsion).

6.3.6 SYNTHÈSE : QUELLE LOI DE COMPORTEMENT POUR QUEL OUVRAGE ?

En guise de synthèse, sur la base des différents aspects exposés dans cette section, il est possible de définir les éléments qu'une loi de comportement doit, au minimum, inclure pour rendre compte de manière appropriée du comportement de certains ouvrages types. Le choix de ces éléments peut aussi être justifié par comparaison à des modèles analytiques ou numériques plus simples ou dans certains cas à des modèles semi-empiriques, tels que ceux dérivés du pressiomètre.

Le choix de la loi de comportement doit donc être adapté à l'ouvrage étudié selon les indications suivantes :

- pour les fondations superficielles et les radiers qui présentent sous charge de service un comportement globalement élastique (malgré la présence contenue de zones localisées de déformations irréversibles), une loi de comportement élastique convient en général dans la mesure où le module de déformation utilisé est compatible avec le niveau de déformation attendu. Une loi de comportement élastique non linéaire permet de représenter le comportement de la fondation pour différents niveaux de chargement (sans avoir à modifier le module de déformation puisque celui-ci est implicitement actualisé). L'utilisation d'une loi de comportement élastique non linéaire avec un mécanisme plastique muni d'un écrouissage nécessite cependant une attention particulière : en effet, elle peut conduire à des rigidités apparentes anormalement faibles du fait de la combinaison des non-linéarités élastiques et de l'écrouissage plastique. La comparaison à des modèles analytiques ou numériques plus simples ou à des modèles semi-empiriques dérivés du pressiomètre est dans ce cas fondamentale ;

- pour les fondations profondes ou les inclusions rigides qui présentent également sous charge axiale de service un comportement globalement élastique, les mêmes considérations que pour les fondations superficielles ou les radiers peuvent être énoncées. Il n'est pas nécessaire de modéliser systématiquement l'interface entre le sol et le terrain. Si celle-ci est modélisée, sa raideur et son seuil de plasticité doivent être déterminés pour rendre compte (dans le domaine de service) du comportement d'un pieu ou d'une inclusion isolée pour lesquels des solutions de référence en général dérivées du pressiomètre existent. En général, une interface munie d'une loi de comportement élastique parfaitement plastique convient (selon les indications du §6.2.4.3) ;
- pour les fondations profondes ou les inclusions rigides soumises à un chargement transversal, un comportement irréversible du terrain notamment en surface doit être en général pris en compte (la rigidité à la flexion des pieux ou des inclusions est en général trop faible pour transmettre les charges plus en profondeur). Une loi avec un comportement élastique linéaire ou non peut suffire selon l'intensité du chargement. Une loi de comportement élastique parfaitement plastique convient pour des charges monotones. Pour des charges cycliques, des lois spécifiques non présentées dans ce guide sont nécessaires. La comparaison à des modèles analytiques ou numériques plus simples ou à des modèles semi-empiriques dérivés du pressiomètre est dans ce cas très conseillée ;
- pour les remblais, le niveau de chargement ne permet pas nécessairement de considérer le terrain comme

élastique et des déformations plastiques doivent être induites par la loi de comportement. Par ailleurs, il convient de rendre compte à la fois des mécanismes traduisant des distorsions (cisaillement) et des variations de volume. Une loi de type « Soft-Soil » peut être privilégiée ;

- pour les soutènements et les tunnels, comme indiqué précédemment, la diversité des chemins de contraintes, avec des zones de terrain en cisaillement, en compression ou en extension, oblige à opter pour des lois de comportement plus élaborées comme celles comportant des mécanismes d'écroûissage et permettant de distinguer les chemins de contraintes en charge et en décharge. La présence d'un écroûissage permet en outre une entrée rapide en plasticité conférant alors au modèle une plus grande capacité à rendre compte des divers chemins de contraintes : en effet, en plasticité, les incréments de contraintes ne sont plus proportionnels aux incréments de déformations. La règle d'écoulement revêt aussi une importance particulière de manière à limiter les soulèvements parasites, ce qui permet une modélisation plus réaliste des cuvettes de tassement. Une loi de type « Hardening-Soil » peut être privilégiée.

Dans le cas où une procédure de réduction des propriétés de cisaillement est mise en œuvre, il est évident que les paramètres de cisaillement décrivant le comportement plastique des terrains sont requis.

Ces éléments sont résumés dans le tableau 10.

Tableau 10 - Choix de la loi de comportement en fonction de l'ouvrage étudié

Ouvrage type	Loi élastique linéaire ou non linéaire (voir §2.4.1)	Loi élastoplastique	
		Plasticité parfaite (voir §2.4.2)	Plasticité avec écroûissage (voir §2.4.4 et §2.4.5)
Semelles, radiers, dallages, pieux et inclusions rigides sous charge verticale	Recommandé (voir §6.3.1)	Optionnel	Superflu
Pieux et Inclusions rigides chargés transversalement	Insuffisant	Recommandé	Optionnel
Soutènements, excavations, tunnels	Insuffisant	Peut être suffisant dans certains cas	Recommandé (voir §6.3.4)
Remblais sur sol compressible	Insuffisant	Insuffisant	Recommandé (voir §6.3.4)

6.4 PHASAGE

6.4.1 IMPORTANCE DU PHASAGE

L'un des avantages pratiques des modèles numériques réside dans leur capacité à simuler le phasage de construction et l'histoire de chargement. La question du phasage devient incontournable en présence d'un comportement non linéaire, ou lors de la mise en place, en cours de construction, d'éléments d'ancrage, d'appuis, etc. (la rigidité évolue alors avec le phasage).

Pour illustrer la combinaison du phasage avec un comportement non-linéaire, un exemple est celui de deux bâtiments voisins fondés superficiellement et édifiés successivement sur un terrain sédimentaire homogène dont le module dépend de la contrainte moyenne. La construction du premier bâtiment induit alors une augmentation locale du module de déformation du sol ce qui conduit à un « basculement » du second bâtiment vers l'extérieur de la zone d'interaction (Figure 40). Une construction simultanée des deux bâtiments conduira quant à elle à un comportement plus classique se traduisant par un « basculement » des deux bâtiments vers l'intérieur de la zone d'interaction.

L'influence du phasage est également prépondérante dans les situations où l'on active (ou désactive) progressivement une ou plusieurs parties du modèle. L'évolution de la rigidité disponible au cours de phases de terrassement par exemple induit une non-linéarité apparente,

même en l'absence de toute déformation plastique. Un exemple est celui d'une paroi de soutènement supportée par des butons ou des tirants dont l'activation se fait de façon progressive au fur et à mesure de l'excavation (Figure 41). Le fait d'ignorer le phasage peut alors sous-estimer fortement les déplacements de la paroi et les moments de flexion qu'elle subit.

6.4.2 MODIFICATION DES RIGIDITÉS EN COURS DE PHASAGE

Si le code de calcul utilisé ne dispose pas des options permettant de traiter rigoureusement la réduction d'un module de déformation (voir §3.4), il est, dans certains cas, possible d'utiliser des procédures détournées. Par exemple, pour simuler le passage à long terme du module du béton dans une paroi moulée, il est possible de modéliser celle-ci avec des éléments de volume (avec un module égal au module différé du béton) et des éléments de poutre (avec un module égal à la différence entre les modules transitoire et différé du béton) situés sur l'axe neutre des éléments de volume. Au début du calcul, si les éléments de volume et les éléments de poutre sont activés, alors les rigidités axiales et en flexion respectives de chacun de ces éléments s'additionnent. Pour simuler le passage à « long terme » vis à vis du module du béton et donc sa diminution, il suffit de désactiver l'élément de poutre. Le code de calcul procède alors au calcul d'un nouvel état d'équilibre en considérant la rigidité des éléments de volume (Figure 42).

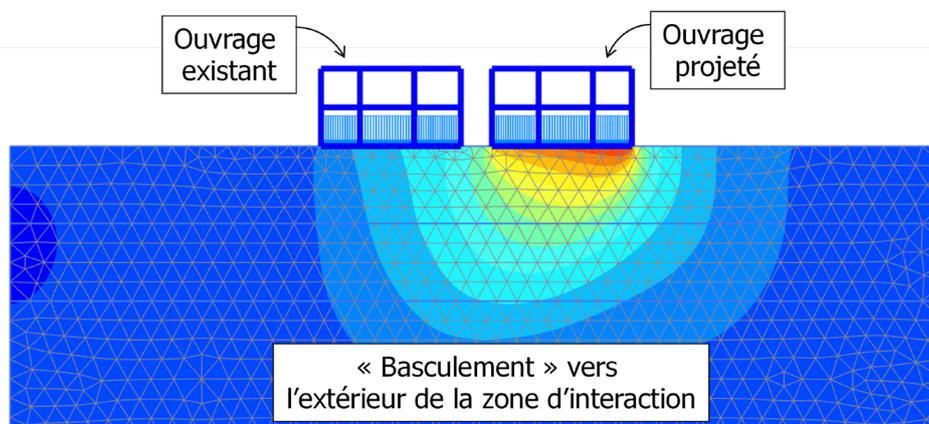


Figure 40 - Influence du phasage dans le cas d'un terrain localement raidi par la construction d'un premier ouvrage.

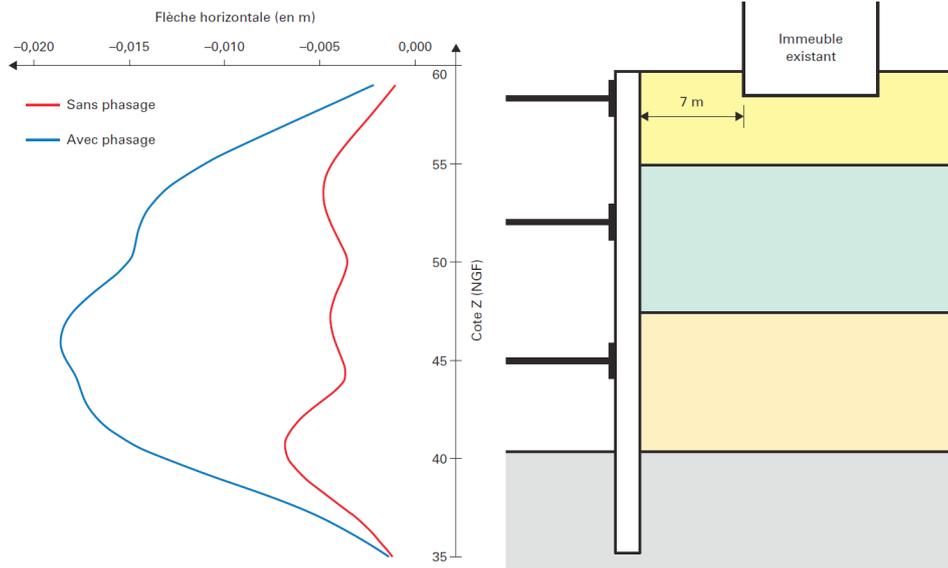


Figure 41 - Influence du phasage pour un problème d'excavation – Exemple d'une fouille butonnée.

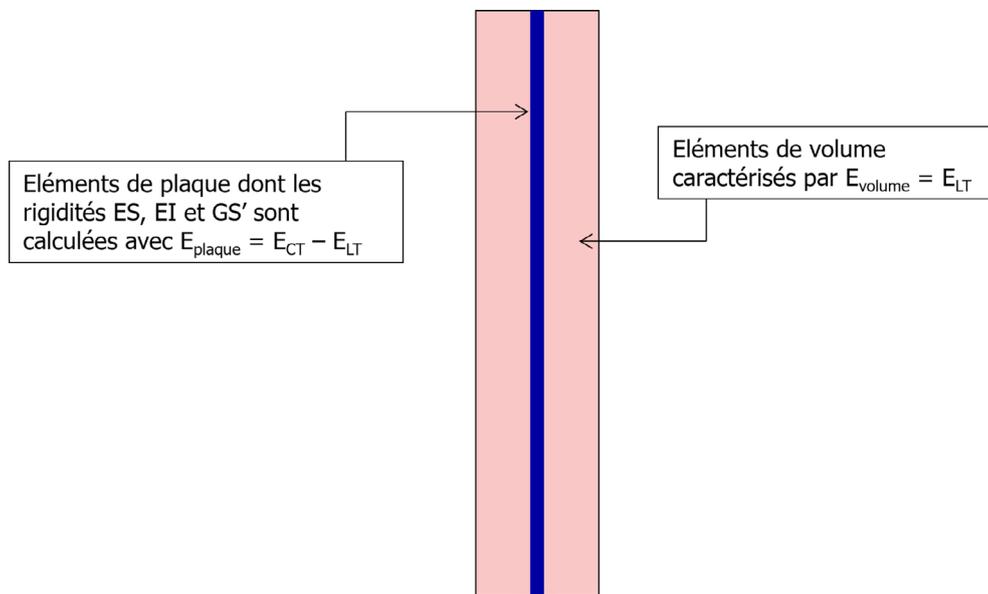


Figure 42 - Exemple de procédure permettant de simuler la réduction de la rigidité d'une paroi de soutènement (E_{LT} désigne le module différé du béton, E_{CT} le module à considérer pour les phases transitoires de construction).

6.4.3 CAS PARTICULIER DES TUNNELS

Le dimensionnement des ouvrages souterrains dépend directement du phasage de réalisation et par conséquent du phasage de calcul retenu. Il peut être envisagé des simplifications du phasage afin de limiter les tailles de modèles ou les temps de calcul. Néanmoins celles-ci doivent être modérées pour garantir la fiabilité et la représentativité du dimensionnement.

6.4.3.1 EXCAVATION EN MÉTHODE CONVENTIONNELLE

Pour ce type d'ouvrage, il est indispensable de connaître les méthodes d'exécution pour une bonne prise en compte de ces hypothèses dans les modèles de calcul. A titre d'exemple, le type de soutènement envisagé (cintres, béton projeté, radier, etc.), les longueurs de passe d'excavation, la distance de pose du soutènement, les dispositions garantissant le bon calage des cintres sont des données d'entrée qui ont une implication directe dans ces hypothèses.

Dans le cas d'une excavation en pleine section, une modélisation 2D nécessite la prise en compte d'un taux de déconfinement pour simuler une problématique 3D en un problème 2D. Les calculs 3D permettent une modélisation explicite de l'ensemble des excavations mais peuvent s'avérer numériquement coûteux pour parfois un intérêt limité.

Pour les excavations en section divisée, les reports de contraintes nécessitent une définition spécifique des valeurs de taux de déconfinement pour chaque partie d'ouvrage excavée. Un calibrage de ces valeurs peut alors être réalisé au moyen de modélisations 3D.

Certains ouvrages souterrains complexes, tels que les rameaux de connexion tunnel-ouvrage ou les intertubes, s'ils sont modélisés à l'aide de modélisations numériques devront être dimensionnés en 3D. Ces modélisations permettent de prendre en compte notamment leur géométrie spécifique ainsi que l'ordre de réalisation des ouvrages et d'obtenir, pour toutes les phases, les reports de contraintes localisées selon les différentes directions.

6.4.3.2 EXCAVATION MÉCANISÉE AVEC CONFINEMENT

Les excavations mécanisées au moyen d'un tunnelier à confinement se caractérisent par l'application d'une pression de confinement soit au front, soit sur le pourtour de l'excavation et généralement à l'échappée de la jupe par l'injection de mortier. La détermination de ces pressions

est dépendante du type de tunnelier (tunnelier à pression de terre, tunnelier à pression de boue), de la nature des terrains au front et du pilotage de ces machines.

Les calculs 2D nécessitent une simplification de la modélisation pouvant passer par l'introduction d'un taux de déconfinement et la modélisation implicite ou explicite de pression de confinement de calcul. L'approche en 2D, bien que n'étant pas rigoureusement représentative des états de déformation et de contrainte à proximité du front, présente des résultats satisfaisants pour l'estimation des déplacements et le dimensionnement du revêtement. Elle présente également l'avantage de traiter de nombreuses configurations pour un moindre coût numérique.

Les calculs 3D permettent une modélisation explicite des différentes pressions de confinement. La détermination des pressions de consigne peut ainsi être approchée plus aisément.

6.4.3.3 ÉTUDE DES REVÊTEMENTS DÉFINITIFS

Les situations transitoires et long terme des revêtements sont à considérer pour leur dimensionnement.

Les chargements d'origine géotechnique s'appliquant sur ces structures sont à définir selon la hauteur de couverture, la nature du terrain encaissant, le contexte hydrogéologique et en tenant compte de l'impact parfois prépondérant des effets différés.

Pour les tunnels réalisés aux tunneliers, les phases de manutention sont souvent dimensionnantes mais ne sont généralement pas simulées dans les modélisations numériques d'interaction sol/structure (pose de éléments de voussoirs, poussée du tunnelier sur l'anneau, effet « coup de pompe » du mortier de bourrage ou encore décoffrage des voussoirs, stockage, etc.).

Pour les tunnels peu profonds, il convient de se référer à la recommandation du groupe de travail du GT7 de l'AFTES (1976) qui précise que le revêtement doit être dimensionné pour reprendre la totalité de charge géostatique.

Pour les tunnels moyennement profonds et profonds, le chargement du revêtement peut être approché par l'introduction d'un taux de déconfinement « à long terme » ou encore par la désactivation des éléments de plaque ou de poutre simulant le soutènement et le report des charges associé vers le revêtement modélisé en éléments volumiques (voir §6.4.2).

6.5 GESTION PRATIQUE DES COUPLAGES HYDRO-MÉCANIQUES

6.5.1 COMPORTEMENT NON-DRAINÉ

Lorsqu'un élément de sol est sollicité, il peut avoir un comportement contractant ou dilatant. Si l'élément est saturé, ces variations de volume ne peuvent se produire que par une expulsion ou une absorption d'eau. Or cet échange d'eau n'est jamais instantané ; il peut prendre quelques secondes dans le cas d'un sable avec de bonnes conditions de drainage jusqu'à plusieurs années dans le cas d'une argile. Il existe donc un temps plus ou moins long pendant lequel des surpressions interstitielles sont présentes dans l'élément de sol. Il est essentiel de rappeler que le caractère drainé ou non drainé du comportement d'un sol ne dépend pas seulement de sa perméabilité et de ses conditions de drainage mais également de la durée de la sollicitation à laquelle il est soumis. Un sable peut présenter un comportement non drainé sous certaines sollicitations rapides comme le séisme par exemple.

Pour un sol contractant, un essai de cisaillement à l'appareil triaxial, en compression et en conditions non drainées, conduit à une augmentation de la pression interstitielle et à une diminution de la contrainte moyenne effective, donc à une résistance au cisaillement plus faible que celle qui serait obtenue en conditions drainées. A l'opposé, pour un sol dilatant, un essai triaxial de compression en conditions non drainées induit une diminution de la pression interstitielle et donc une résistance au cisaillement

plus élevée que celle qui serait obtenue en conditions drainées (Figure 43). Cette remarque n'est pas anecdotique : pour un angle de dilatance positif et constant, on peut même obtenir une résistance au cisaillement infinie en conditions non drainées pour le modèle de Mohr Coulomb (sauf si on introduit une limite sur les valeurs négatives que la surpression peut atteindre ou une limite sur la résistance au cisaillement que le modèle peut générer).

On a donc ici un piège potentiel : une modélisation inappropriée du comportement non drainé du terrain peut conduire à surestimer la stabilité des ouvrages. Le fait que la résistance au cisaillement soit différente en conditions non drainées requiert donc une attention particulière quant au choix de la règle d'écoulement qui pilote les variations de volume dans le domaine plastique. De manière générale, dans un calcul en conditions non drainées, il est conseillé de contrôler précisément les résistances maximales mobilisées au cours du calcul et leur compatibilité avec les propriétés de résistance au cisaillement mesurées lors d'essais réalisés en conditions non drainées.

Dans tous les cas, à défaut d'un calage justifié de la loi de comportement utilisée pour simuler la génération des surpressions interstitielles, il peut être recommandé de privilégier un critère de contraintes totales à travers la notion de résistance au cisaillement ou de cohésion non drainée c_u , ou un calcul en conditions drainées si celles-ci sont réputées être sécuritaires pour le dimensionnement (cela peut être le cas de certains problèmes d'excavation).

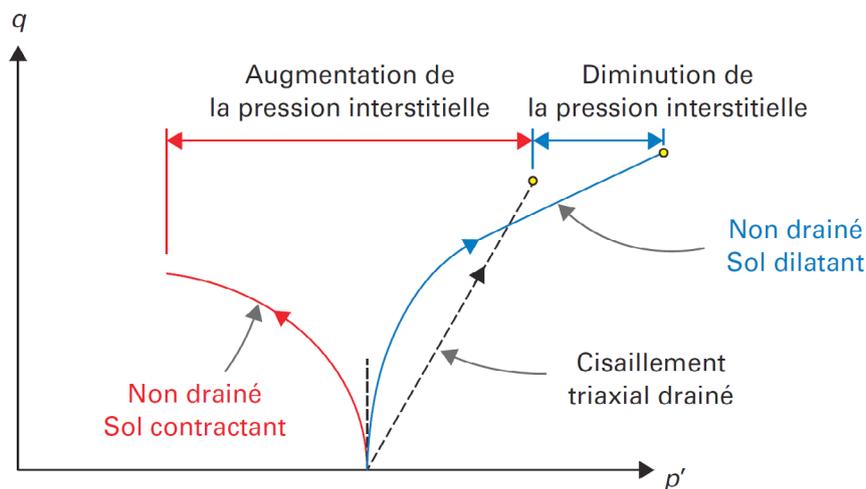


Figure 43 - Influence du chemin de contraintes dans un essai triaxial en conditions drainées et non drainées.

6.5.2 CHOIX DE L'APPROCHE DE COUPLAGE

La question de la prise en compte du couplage entre écoulement et déformation du sol se pose dans les situations où le champ de charge hydraulique varie dans l'espace ou le temps et où l'on souhaite tenir compte de l'influence de ces variations sur les déformations ou la stabilité d'un massif de sol ; par exemple pour évaluer l'influence du rabattement de la nappe sur la stabilité d'un massif. En fonction du problème que l'on étudie, trois stratégies sont possibles : une approche complètement couplée, une approche semi-couplée et une approche en contraintes totales.

6.5.2.1 APPROCHE COMPLÈTEMENT COUPLÉE

Il peut être nécessaire et justifié de résoudre le problème complètement couplé, tel qu'il est posé en §5.3.4: on recherche simultanément le champ de pression interstitielle et le champ de déplacement. Cette approche présente des difficultés théoriques et numériques qui ne doivent pas être sous-estimées et le calcul doit alors être mené avec la plus grande attention et minutie. Par exemple, il existe peu de recommandations pratiques pour bien choisir le pas de temps en fonction du maillage et des déformations plastiques. En tout état de cause, il est recommandé d'éviter d'appliquer un chargement mécanique de manière trop brutale dans la simulation, mais de choisir un pas de temps qui permet de prendre en compte une variation progressive du chargement.

6.5.2.2 APPROCHE SEMI-COUPLÉE

Le problème étudié et le contexte géotechnique et hydrogéologique peuvent justifier que la solution soit bien approchée par une résolution du problème mécanique et du problème hydraulique indépendamment l'un de l'autre. L'idée est de déterminer la charge hydraulique à l'aide de la formulation présentée en §5.2, puis de reporter sa valeur dans l'équation d'équilibre en contraintes effectives (de manière analogue à ce qui a été proposé pour le calcul à long terme en §5.3.2). L'approche est moins rigoureuse sur le plan théorique que la précédente, mais la résolution est nettement plus efficace sur le plan numérique. La prise en compte de zones partiellement saturées ou non saturées est beaucoup plus robuste qu'avec la première stratégie.

6.5.2.3 APPROCHE EN CONTRAINTES TOTALES

Dans le cas particulier d'une évolution rapide des sollicitations, on peut chercher à représenter le comportement non drainé dans le cadre d'un calcul en contraintes

totales, avec des modules élastiques « non drainés » bien choisis, une cohésion non drainée bien choisie et un angle de frottement nul. Ce type d'analyse requiert cependant une certaine expérience, et les résultats doivent être exploités avec une grande prudence (notamment vis-à-vis du fait que ce type d'analyse ignore par construction les effets de la consolidation sur l'évolution de la résistance au cisaillement du terrain). Il a en revanche une utilité, en raison des difficultés spécifiques posées par la modélisation du comportement non drainé des sols, que l'on a présentées en §6.5.1 et que l'on illustre au paragraphe suivant.

6.5.3 RÔLE DU MODÈLE DE COMPORTEMENT

Il faut insister sur le fait que, dans le cas particulier des calculs en conditions non drainées en contraintes effectives, le choix d'un modèle de comportement inapproprié peut conduire à des résultats erronés. C'est tout particulièrement vrai dès lors que les sollicitations mettent en jeu un comportement plastique du sol avec la possibilité d'activation de déformation volumique.

On peut évoquer à titre d'exemple ici le cas de Nicoll Highway (Figure 44) qui est la conséquence d'une utilisation erronée d'une modélisation numérique : le choix d'une loi de comportement inappropriée (ici une loi de comportement élastoplastique parfaite de type Mohr Coulomb, décrite en §2.4.2) pour simuler le comportement non drainé du terrain a conduit à surestimer d'un rapport de 2 la résistance non drainée du terrain ce qui a induit un sous-dimensionnement de l'ouvrage de soutènement et la ruine de ce dernier. Cela aurait pu être évité en utilisant une loi élastoplastique avec écrouissage apte à mieux rendre compte du caractère contractant du terrain rencontré (ou permettant a minima de contrôler la valeur maximale du déviateur).



Figure 44 - Nicoll Highway : vue générale du sinistre (ISSMGE).

La Figure 45 montre l'écart conséquent entre les paramètres de résistance issus des investigations disponibles dans le terrain (ici une argile molle contractante), à savoir la résistance au cisaillement non drainée estimée à partir des essais in situ, et la résistance au cisaillement apparente calculée par le modèle numérique.

En conclusion, quelle que soit la loi de comportement utilisée et l'approche de couplage retenue, à défaut d'un calage préalable de la loi de comportement sur des essais triaxiaux consolidés non-drainés (en compression et/ou en extension), il est impératif de contrôler la résistance au cisaillement mobilisée dans le modèle en la comparant aux valeurs théoriques de cohésion ou de résistance non drainée respectivement c_U ou s_U (pour les chemins de chargement intéressant le projet).

6.5.4 CALCULS D'ÉCOULEMENT

Parmi les points délicats à gérer pour un calcul d'écoulement, il y a les conditions aux limites. Celles-ci sont beaucoup moins intuitives à définir que pour les calculs mécaniques. Des essais de pompage ou, à défaut, des relations empiriques, sont donc à exploiter pour caler au mieux ces limites. Il est fortement recommandé de procéder à une analyse détaillée des conditions de réalimentation des différentes couches du modèle. Rappelons enfin qu'un plan de symétrie est une frontière fermée vis-à-vis du régime d'écoulement.

Un autre point sur lequel il convient d'attirer l'attention est celui des contrastes de perméabilités. La puissance des modèles numériques ne doit pas faire oublier le danger lié à une homogénéisation inappropriée des propriétés hydrauliques du terrain, particulièrement en présence de terrains « intermédiaires » (limons sableux, sables limoneux, silts). L'exemple de la figure 46 en est une bonne illustration. Il représente une fouille tirantée dans un terrain comportant une couche de sables limoneux surmontant une couche de sables propres. Le fait de considérer la même perméabilité pour ces deux formations sous-estime, dans un rapport de 3, le gradient se développant sous le fond de fouille par rapport à un calcul avec perméabilités contrastées. Un calcul avec perméabilité homogène conclurait à la stabilité de l'excavation avec des déplacements acceptables, tandis qu'un calcul avec perméabilités contrastées montre que l'écran est instable (boulance, défaut de butée, rupture de fond de fouille).

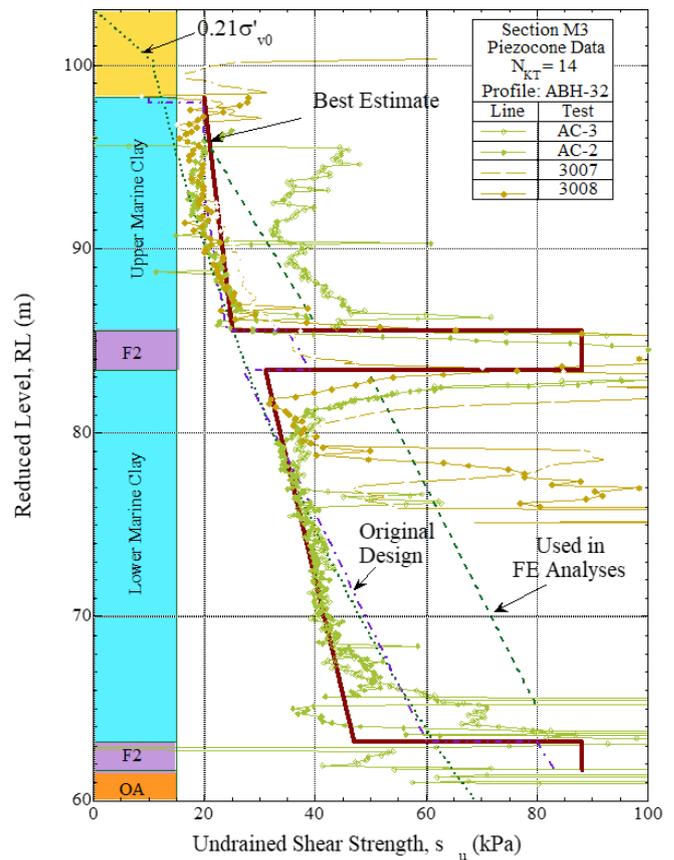


Figure 45 - Cas de Nicoll Highway : différence entre la résistance au cisaillement non drainée non drainée et la résistance apparente calculée lors du calcul par la méthode des éléments finis (Whittle and Davies, 2006).

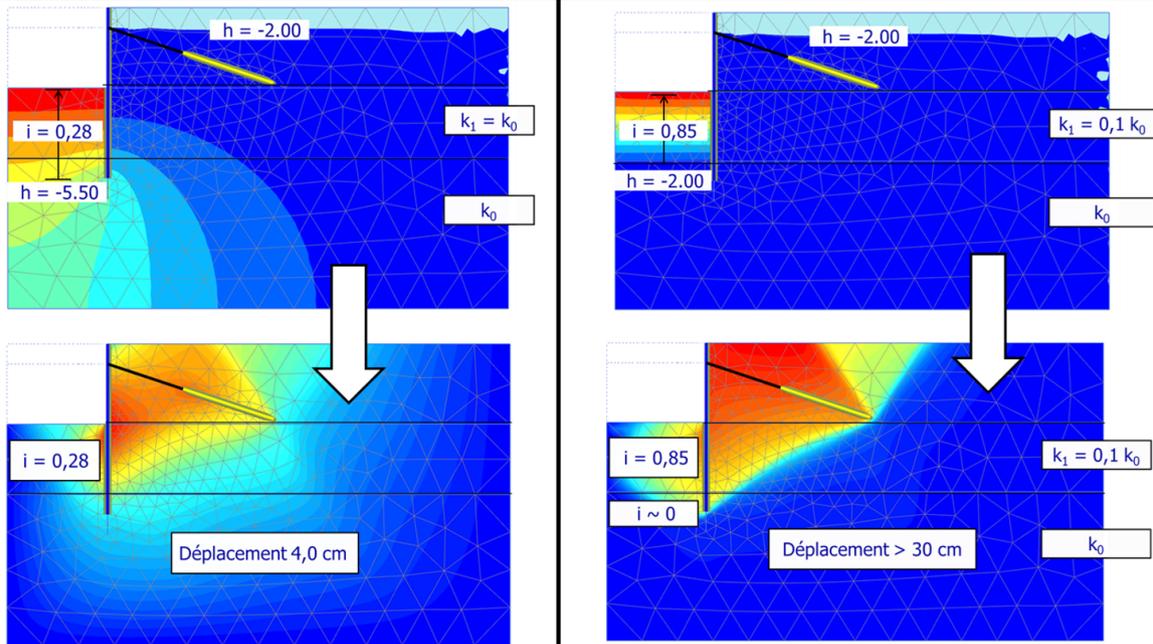


Figure 46 - Influence des contrastes de perméabilités – Exemple d'une fouille tirantée dans un terrain avec perméabilités potentiellement contrastées.

6.5.5 CALCULS DE CONSOLIDATION

Les calculs de consolidation réalisés par les modèles numériques ne font pas intervenir explicitement le coefficient de consolidation C_v habituellement utilisé en mécanique des sols. Celui-ci est contrôlé implicitement par le produit entre la rigidité et perméabilité du terrain selon la relation suivante :

$$C_v = \frac{k E_{oed}}{\gamma_w}$$

Où k est la perméabilité (verticale), E_{oed} le module de déformation apparent en conditions oedométriques et γ_w le poids volumique de l'eau.

Il est intéressant de remarquer que le coefficient de consolidation est directement proportionnel au module de déformation. Ainsi, pour une même perméabilité, plus le module est élevé, plus la consolidation est rapide. En particulier, pour les problèmes de soutènement où les gammes de déformation sont généralement faibles, il n'est pas étonnant de constater des vitesses de consolidation beaucoup plus grandes que celles qui seraient observées, pour un même terrain, dans un problème de fondation ou de remblaiement (où les niveaux de déformation sont plus forts et les modules sont plus faibles).

6.6 EXPLOITATION DES RÉSULTATS

6.6.1 GRANDEURS À ANALYSER

Les principaux résultats à analyser pour le contrôle de la modélisation d'un ouvrage géotechnique sont détaillés ci-après.

Résultat à analyser	Commentaires
Déplacements	<ul style="list-style-type: none">• L'analyse du champ de déplacements permet d'apprécier le comportement général de l'ouvrage et l'étendue de la zone d'influence.• Les déplacements calculés lors du dernier incrément de charge permettent d'apprécier la cinématique de certains mécanismes de rupture potentiels.
Déformations	<ul style="list-style-type: none">• Les déformations permettent d'apprécier les mécanismes gouvernant le comportement de l'ouvrage et d'identifier les zones les plus sollicitées du maillage. Il peut être intéressant de visualiser séparément les déformations volumiques et déviatoriques.
Contraintes	<ul style="list-style-type: none">• La visualisation du champ de contraintes principales permet d'identifier les effets de voûte, de report de charges ou de rotation de contraintes.• Il peut être intéressant de visualiser l'incrément de contraintes effectives $\Delta p'$ ou $\Delta \sigma_v'$ ainsi que le cisaillement mobilisé τ_{mob} en valeur absolue ou relative (voir §6.6.2).• Il est également utile de « suivre » certains points du modèle en vue d'analyser les chemins de contraintes (plan (s,t) ou plan (p,q))• Enfin, on rappelle l'importance d'identifier les zones de plastification et celles de mise en traction.
Efforts dans les éléments structure	<ul style="list-style-type: none">• Les sollicitations internes (N, V, M) calculées servent de données d'entrée aux vérifications aux <i>ELU</i> des éléments structuraux (voir §7.3).• L'analyse des réactions normales à l'interface peut être utile pour examiner la pression au sol sous un radier ou une semelle, les pressions de poussée et de butée de part et d'autre d'un écran de soutènement etc. Les éléments d'interface donnent également accès aux frottements positif et négatif mobilisés le long d'un pieu, d'un écran ou d'un ancrage scellé.
Pressions interstitielles	<ul style="list-style-type: none">• En présence d'un régime d'écoulement, il est utile de représenter les lignes d'équipotentielles et les pertes de charge associées (dans certaines zones d'intérêt, comme par exemple le long de la fiche d'un écran).• Le calcul donne également accès aux lignes de courants et vitesses associées (débit par unité de surface).• L'observation de la surface libre d'écoulement permet d'apprécier le rayon d'action considéré ou calculé par le modèle.• Contrôle des gradients et vitesses d'écoulement.

6.6.2 CONTRÔLE DE LA COHÉRENCE DU MODÈLE

Les points à contrôler pour assurer la cohérence de la modélisation d'un ouvrage géotechnique sont détaillés ci-après.

Points à contrôler	Commentaires
Ordres de grandeur	<ul style="list-style-type: none"> L'utilisation d'une modélisation numérique n'a pas vocation à modifier les ordres de grandeur qui seraient obtenus par des analyses moins élaborées. Le contrôle des ordres de grandeur peut s'appuyer sur des estimations préalables faites à partir de modèles empiriques ou semi-analytiques. Ouvrages de soutènement correctement dimensionnés : flèche de l'ordre de quelques millièmes de la hauteur excavée Fondations correctement dimensionnées : tassement de l'ordre d'un centième du diamètre pour un élément isolé ou de quelques millièmes de l'épaisseur du terrain pour une fondation étendue (radiers, groupes de pieux ou de semelles) Remblais sur sol mou : tassement entre un centième et un dixième de l'épaisseur du sol mou (selon l'amplitude du chargement et le degré de surconsolidation)
Limites du modèle	<ul style="list-style-type: none"> L'exploitation du champ de déplacement vertical et de l'incrément de contraintes horizontales permet de contrôler la pertinence des limites latérales du modèle (lorsqu'il ne s'agit pas d'un plan de symétrie). L'exploitation de l'incrément de contrainte vertical permet de contrôler la pertinence de la limite inférieure (lorsque celle-ci ne correspond à la présence d'un substratum ou d'une couche considérée comme telle). Pour les limites d'ordre hydraulique, il convient de contrôler l'orientation des équipotentielles et des lignes de courant. Il convient par ailleurs de se référer à des estimations de rayon d'actions établies par essai de pompage ou par des relations empiriques.
Déformations	<ul style="list-style-type: none"> L'examen de l'amplitude des déformations volumiques et déviatoriques permet de contrôler la validité des hypothèses faites (gammes de déformation) lors des choix des modules de déformation.
Efforts dans les éléments structure	<ul style="list-style-type: none"> Les sollicitations internes (N, V, M) doivent être compatibles avec la résistance structurale des éléments modélisés. Cette vérification est particulièrement importante à l'issue d'une procédure <i>c-phi</i> réduction (voir §7.3).
Contraintes	<ul style="list-style-type: none"> L'analyse de l'incrément de contraintes effectives $\Delta p'$ ou $\Delta \sigma'_v$ permet de juger de la pertinence de la profondeur du modèle, du taux de chargement par rapport aux limites usuelles (pour contrôler par exemple le domaine d'élasticité). Il peut être intéressant de visualiser le taux de mobilisation de la résistance au cisaillement τ_{mob} / τ_{max} pour juger des conditions de stabilité locales ou globales. En cas de comportement non drainé, il convient de contrôler le cisaillement τ_{mob} en vérifiant sa compatibilité avec la « cohésion non drainée » théorique. Le contrôle des chemins de chargement (p', q) suivis dans certaines zones d'intérêt du modèle permet de juger de la pertinence des essais laboratoire et des lois de comportement utilisés pour l'ouvrage étudié.
Pressions interstitielles	<ul style="list-style-type: none"> L'analyse de l'amplitude et du signe des surpressions interstitielles en cas de comportement non drainé est à réaliser. En présence d'un calcul d'écoulement, il est nécessaire de contrôler l'adéquation des lignes d'équipotentielles avec les conditions aux limites visées. En cas de modélisation de puits de pompage ou de décharge, il convient de vérifier que le débit obtenu est inférieur ou égal au débit critique correspondant à la composition du puits. Enfin, il s'agit de contrôler la cohérence des gradients et vitesses d'écoulement vis-à-vis des critères de stabilité hydraulique du terrain (voir §7.4)

6.6.3 CONTRÔLES COMPLÉMENTAIRES PAR TYPE D'OUVRAGE

Les points à contrôler spécifiquement pour certains ouvrages géotechniques sont détaillés ci-après.

Problème traité	Commentaires
Fondations superficielles : semelles, radiers etc.	<ul style="list-style-type: none"> • Contraintes initiales • Niveau de déformation, lois de comportement (voir §6.3) • Portance globale, locale, soulèvement (voir §7.3) • sollicitations des éléments de structure (voir §6.2.4) • Stabilité générale (c-phi réduction) • Surpressions interstitielles, résistance au cisaillement mobilisée (si calcul non drainé)
Fondations profondes, fondations, inclusions rigides	<ul style="list-style-type: none"> • Contraintes initiales • Niveau de déformation, lois de comportement (voir §6.3) • Portance globale, locale (voir §7.3) • Frottement mobilisé, positif, négatif, contrainte en pointe • sollicitations des éléments de structure • Surpressions interstitielles, résistance au cisaillement mobilisée (si calcul non drainé)
Soutènements	<ul style="list-style-type: none"> • Contraintes initiales • Niveau de déformation, lois de comportement (voir §6.3) • Portance globale et locale (soutènements porteurs) • Cohérence du phasage • Mécanismes de poussée/butée, cisaillements mobilisés • Stabilité générale, défaut de butée (voir §7.3) • Sollicitations dans les ancrages, cohérence avec les résistances structurales et géotechniques • Stabilité hydraulique, gradients, débits, contraintes effectives, cohérence des (contrastes de) perméabilités, des conditions aux limites • Surpressions interstitielles, résistance au cisaillement mobilisée (si calcul non drainé)
Tunnels	<ul style="list-style-type: none"> • Contraintes initiales • Niveau de déformation, déformations plastiques, lois de comportement (voir §6.3), zones plastiques • Stabilité générale, portance globale et locale (piédroits/radier porteurs) • Cohérence du phasage • Sollicitations dans les éléments structures (soutènements, revêtement, boulonnage, etc.), cohérence avec résistances structurale et géotechnique • Orientations des contraintes principales • Cohérence des contraintes après déconfinement (totales et effectives) et cohérences avec les sollicitations dans le soutènement/revêtement • Stabilité hydraulique, gradients, débits, contraintes effectives, cohérence des (contrastes de) perméabilités, des conditions aux limites • Surpressions interstitielles, résistance au cisaillement mobilisée (si calcul non drainé)
Remblais sur sol compressible	<ul style="list-style-type: none"> • Contraintes initiales • Niveau de déformation, déformations plastiques, lois de comportement (voir §6.3) • Stabilité générale, portance locale et globale • Cohérence du phasage • Surpressions interstitielles, résistance au cisaillement mobilisée (si calcul non drainé), contrôle des vitesses de consolidation (si calcul en consolidation)

6.6.4 ROBUSTESSE DES MODÈLES ET INTÉRÊT DES ÉTUDES PARAMÉTRIQUES

Une exploitation pertinente des résultats procède aussi d'un contrôle de la robustesse des modélisations numériques par la réalisation d'études paramétriques. Il est ainsi nécessaire de contrôler que la variation marginale de certains paramètres des lois de comportement ne conduit pas à des modifications significatives des résultats. Par exemple, on peut modifier la valeur de la cohésion, de l'angle de frottement ou des modules et analyser les effets de cette variation sur les déplacements ou les efforts. Cette tâche permet un contrôle indirect des valeurs des propriétés géotechniques considérées. Pour des phases relatives à la vérification des états limites de service, on peut contrôler que la variation relative d'une donnée d'entrée (un module, une cohésion, un angle de frottement) reste supérieure ou égale à la variation relative des résultats. De manière plus générale, dans la plupart des cas, il faut s'assurer que les conséquences varient proportionnellement avec les causes qui les génèrent.

La comparaison de deux modélisations numériques construites indépendamment l'une de l'autre est aussi une procédure efficace pour juger de leur robustesse. Il n'est pas nécessaire d'assurer les mêmes résultats entre les deux modélisations. Des différences de 10 à 30 % restent acceptables et participent au contraire à la démonstration que les modélisations réalisées sont robustes et permettent de garantir la fiabilité de l'ouvrage projeté.

6.7 RÉFÉRENCES

- AFTES (1976). *Réflexions sur les méthodes usuelles de calcul du revêtement des souterrains*, Recommandations de l'AFTES, GT7, 30 p.
- Burlon, S., Mroueh, H. and Shahrouh, I. (2013). Influence of diaphragm wall installation on the numerical analysis of deep excavation. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 37(11), pp. 1670-1684.
- Guilloux, A., Le Bissonnais, Cahn, M. et Janin, J.P. (2021). Creusement des tunnels - *Méthodes de construction et géotechnique*, Techniques de l'ingénieur, C 5583.
- Gourvenec S. M. et Powrie W. (1999) Three-dimensional finite-element analysis of diaphragm wall installation, *Geotechnique*, 49, pp. 801-823.
- Hoang, M.T., Cuira, F., Dias, D. et Miraillet, P. (2018). Estimation du rapport E/E_M : application aux radiers de grandes dimensions. JNGG 2018.
- Hoang, M.T., Burlon, S. et Cuira, F. (2020). *Prise en compte du niveau de déformation dans l'estimation des modules - Vers une approche unifiée pour le calcul des radiers et des semelles à partir du pressiomètre Ménard*, Rapport de recherche du Projet National ARSCOP.
- Mestat, P. (1993). 'Lois de comportement des géomatériaux et modélisation par la méthode des éléments finis', *Etudes et recherches des laboratoires des ponts et chaussées*, série géotechnique, GT52, 193 pages.
- Nejjar, K. (2019). *Comportement des parois de soutènement dans un contexte exceptionnel (grande profondeur, formations déformables, environnement sensible). : application à la gare Fort d'Issy-Vanves-Clamart du Grand Paris Express et comparaison avec les mesures réalisées sur site*, Thèse de la Communauté Université Grenoble Alpes.
- Sanglerat G. (1972). *The Penetrometer and Soil Exploration*, Elsevier Publishing Company, Amsterdam, 464 pages.
- Whittle, A.J. and Davies, R.V. (2006) *Nicoll Highway: Evaluation of geotechnical factors affecting design of excavation support system*, International Conference on Deep Excavations, Singapore.

7 STRATÉGIE DE DIMENSIONNEMENT

7.1 LIEN AVEC L'EUROCODE 7 ET L'EUROCODE 0

7.2 VERIFICATION DES ETATS LIMITES DE SERVICE (ELS)

7.3 VERIFICATION DES ETATS LIMITES ULTIMES (ELU)

7.4 ASPECTS LIES AUX ECOULEMENTS HYDRAULIQUES

7.5 REFERENCES

7 STRATÉGIE DE DIMENSIONNEMENT

7.1 LIEN AVEC L'EUROCODE 7 ET L'EUROCODE 0

L'Eurocode 7 en accord avec l'Eurocode 0 requiert de vérifier les états limite de service (*ELS*) et les états limites ultimes (*ELU*).

Les états limites de service sont, d'après l'Eurocode 0, « les états correspondant à des conditions au-delà desquelles les exigences d'aptitude au service spécifiées pour une structure ou un élément structural ne sont plus satisfaites ». Ces états comprennent notamment « les déformations qui affectent l'aspect, le confort des utilisateurs ou la fonction de la structure (y compris le fonctionnement des machines ou des services) ou qui endommagent des finitions ou des éléments non structuraux » et « les dommages susceptibles de nuire à l'aspect, à la durabilité, ou à la fonction de la structure ».

Les états limites ultimes sont ceux « associés à un effondrement ou à d'autres formes similaires de défaillance structurale » ainsi que, conventionnellement, certains états qui les précèdent. Ils « concernent la sécurité des personnes et/ou la sécurité de la structure » et comprennent : « la perte d'équilibre de tout ou partie de la structure, considérée comme un corps rigide », « une défaillance due à une déformation excessive, à la transformation en mécanisme de tout ou partie de la structure, à une rupture, à une perte de stabilité de la structure ou de toute partie de la structure, y compris ses appuis et fondations » ou encore « une défaillance provoquée par la fatigue ou d'autres effets dépendant du temps ».

L'Eurocode 7 est tout à fait compatible avec l'utilisation des méthodes numériques et au moins trois principales idées peuvent être soulignées :

- les méthodes numériques peuvent être utilisées au même titre que des méthodes analytiques ou des méthodes semi-empiriques.
- les méthodes numériques sont notamment appropriées quand la compatibilité des déformations du terrain avec les structures proches et leurs interactions respectives sont à prendre en compte ;
- les méthodes numériques peuvent être appliquées quand les autres types de méthodes ne sont plus pertinents pour apporter des réponses raisonnables à la conception d'un ouvrage géotechnique.

Il est néanmoins important de ne pas considérer la modélisation numérique seule. La comparaison des résultats obtenus par ce type de méthode avec d'autres méthodes plus traditionnelles (méthode d'équilibre limite, méthode au coefficient de réaction, etc.) est vivement conseillée.

En complément des Eurocodes, il convient de se référer aux recommandations de l'AFTES pour le dimensionnement des tunnels qui sont également compatibles avec l'utilisation de méthodes numériques et des Eurocodes.

7.2 VÉRIFICATION DES ÉTATS LIMITES DE SERVICE (ELS)

L'utilisation d'une modélisation numérique pour la justification des *ELS* est relativement simple puisqu'il suffit d'analyser les résultats obtenus à la lumière des recommandations présentées dans le chapitre 6. Les coefficients partiels sur les actions ou les effets des actions étant égaux à 1.0 si bien qu'aucun traitement particulier n'est nécessaire.

Des études paramétriques sont à prévoir de manière à cerner l'influence de chaque paramètre dans un domaine pertinent compte tenu du modèle de terrain défini (voir §6.6.4).

7.3 VÉRIFICATION DES ÉTATS LIMITES ULTIMES (ELU)

7.3.1 PRINCIPES GÉNÉRAUX

L'Eurocode 7 dans sa version actuelle n'est pas forcément très clair quant à l'analyse et l'exploitation des résultats issus d'une modélisation numérique vis-à-vis des justifications aux *ELU*. Il propose trois approches de calcul, qui consistent à appliquer des coefficients partiels sur les actions, les effets des actions (par exemple : moments fléchissants et efforts tranchants dans un écran de soutènement, effort axial dans un pieu, etc.), les propriétés des terrains (c' et φ' ou c_u) et les résistances géotechniques (par exemple : butée, portance etc.).

Ces approches ont été pensées pour être utilisées avec des méthodes d'équilibre limite : les vérifications à effectuer portent sur des comparaisons entre des actions ou des effets des actions et des résistances.

Néanmoins, un certain nombre de publications (Potts et Zdravkovic, 2012, Tschuchnigg et al., 2015, etc.) et les compte-rendus de différents groupes de travail réunis en

vue de la mise au point de la deuxième génération des Eurocodes permettent d'esquisser des procédures de vérification (CEN, 2022).

En premier lieu, il est important de souligner que la pondération « à la source » des propriétés des sols ou des roches, c'est-à-dire le fait, par exemple, de réduire la cohésion et l'angle de frottement avant de réaliser le

calcul n'est pas admise car elle conduit à générer des résultats qui ne peuvent pas être interprétés. Le calcul doit donc être mené à partir des valeurs caractéristiques et la procédure de pondération doit être appliquée uniquement au sein de phases « *ELU* » spécifiques : différentes procédures sont ainsi utilisables et sont synthétisées dans le tableau 11.

Tableau 11 - Synthèse des différentes approches

Type d' <i>ELU</i>	1 – <i>ELU</i> structuraux	2 - <i>ELU</i> structuraux et géotechniques	3 – <i>ELU</i> géotechniques	4 – <i>ELU</i> géotechniques
Type de procédures	Multiplication des effets des actions par 1,35	Réduction des propriétés de cisaillement des terrains	Estimation de la résistance mobilisée autour d'un ouvrage géotechnique spécifique (pieu, butée, tirant, etc.)	Augmentation des charges appliquées sur l'ouvrage géotechnique
Commentaires	A combiner avec la vérification des <i>ELU</i> géotechniques	A combiner avec la vérification des <i>ELU</i> structuraux	A combiner avec la vérification des <i>ELU</i> structuraux	A combiner avec la vérification des <i>ELU</i> structuraux

L'approche qui tend à s'imposer consiste à réaliser un calcul avec des valeurs caractéristiques tant pour les actions que pour les propriétés des terrains. Ce calcul conduit à un premier état d'équilibre. Par rapport à cet état d'équilibre, deux types de vérifications sont à réaliser (Figure 47) :

- la première (type 1) est relative aux *ELU* structuraux et consiste à multiplier les effets des actions calculés par 1,35 (c'est-à-dire le coefficient habituellement considéré dans les Eurocodes pour les charges permanentes défavorables) ;
- la seconde (type 2) est relative aux *ELU* géotechniques et consiste à réduire de manière progressive les propriétés de résistance au cisaillement des terrains modélisés pour mettre en évidence un mécanisme de rupture. Le facteur de réduction appliqué peut être considéré comme un coefficient de sécurité mais son interprétation peut être sujette à discussion. En effet, lors de la réduction de propriétés de cisaillement, différents éléments du modèle peuvent interagir comme les fonctions d'écroûissage ou les règles d'écoulement. De plus, dans le cas de calculs intégrant des éléments de structure, les déplacements accumulés engendrent des efforts dans ces éléments de structure qui peuvent

devenir complètement irréalistes, et l'interprétation de ces efforts n'est pas complètement partagée par l'ensemble des chercheurs ou ingénieurs. L'utilisateur doit donc être très prudent sur la manière dont ce type de procédures est implémenté. De plus en plus, dans ce type de calcul, les éléments de structure ont un comportement élastoplastique de manière à limiter de fait leur résistance aux valeurs imposées par les normes (l'Eurocode 2 pour les éléments en béton et l'Eurocode 3 pour les éléments en acier).

Les *ELU* géotechniques peuvent être aussi appréhendés de manière spécifique en considérant la résistance mobilisée autour de l'ouvrage géotechnique à dimensionner, un pieu, un tirant d'ancrage, etc. puis en la comparant à la résistance mobilisable fournie par l'application des normes, par exemple, les règles pressiométriques pour le calcul de la portance des pieux : c'est la procédure de type 3 et elle doit forcément être associée à la procédure de type 1 en ce qui concerne les *ELU* structuraux. La Figure 47 présente l'enchaînement des vérifications de type 1 et 2 dans le cas d'un calcul phasé.

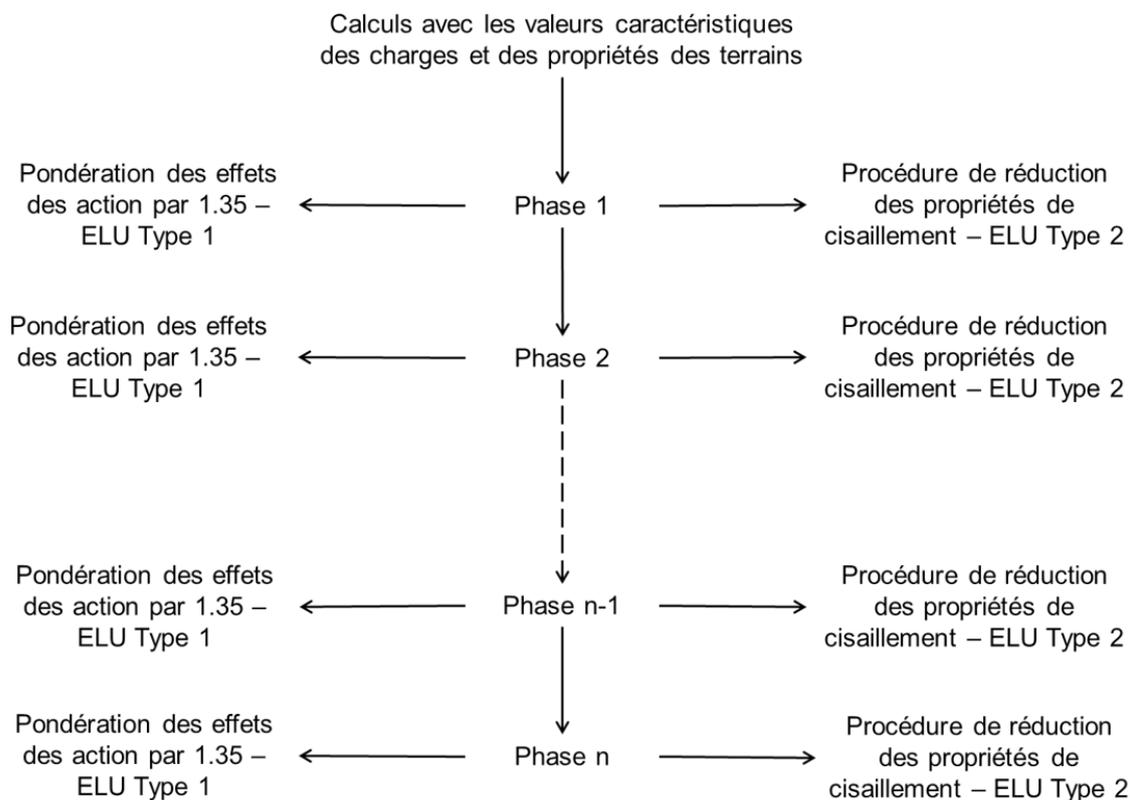


Figure 47 - Enchaînement des vérifications aux *ELU* dans un calculphasé.

Dans certaines configurations, notamment des pieux ou des semelles, il est aussi possible de faire croître les actions appliquées sur l'ouvrage géotechnique à dimensionner pour directement obtenir l'effort maximal applicable et en déduire un coefficient de sécurité : c'est l'objet de l'approche de type 4.

De manière plus générale, les méthodes permettant de justifier les *ELU* géotechniques doivent permettre, soit de déterminer un mécanisme de rupture et de vérifier que l'on dispose de suffisamment de marge vis-à-vis du déclenchement de ce mécanisme (c'est l'objet des vérifications de type 2 et 4), soit de comparer la résistance mobilisée à une résistance mobilisable que l'on peut calculer par ailleurs (c'est l'objet de la vérification de type 3).

Dans le cas d'un problème hydraulique, il est possible de comparer le gradient calculé à un gradient critique calculé par ailleurs et aussi de vérifier que les contraintes effectives restent positives en tout point du massif (la condition sur le gradient critique étant plus conservatrice que la condition sur la contrainte effective). Ces deux vérifications sont l'objet du paragraphe §7.4.

7.3.2 EFFORTS DANS LES ÉLÉMENTS DE STRUCTURE (ELU STR)

Les modèles numériques en déplacement présentent le mérite de garantir à la fois la compatibilité cinématique et statique des mécanismes de ruine ou d'interaction qu'ils permettent d'étudier. Les résultats de ces modèles peuvent servir de base à la justification des états limites de service et ultimes des éléments de structure.

Deux procédures (définies précédemment comme des *ELU* de type 1 et de type 2) peuvent usuellement être appliqués pour obtenir les sollicitations à considérer pour la justification structurale aux *ELU* :

- à partir des efforts *ELS* (*ELU* de type 1) : les efforts *ELU* peuvent être définis par pondération des efforts *ELS*. Cela s'apparente à l'approche dite « 2* » de l'Eurocode 7 dans laquelle les sollicitations *ELS* jouent le rôle des « effets des actions » :

$$F_{ELU} = \gamma_E \cdot F_{ELS}$$

avec $\gamma_E = 1.35$ selon la version actuelle de l'Eurocode 7.

- à partir d'un calcul *ELU* dédié (*ELU* de type 2) : il s'agit alors de simuler, à l'issue de certaines phases de calcul critiques, une réduction des propriétés de résistance du sol accompagnée éventuellement d'une pondération des surcharges variables dont l'effet est jugé défavorable vis-à-vis des sollicitations des éléments structure :

$$F_{ELU} = F \left(\frac{\tan \varphi}{\gamma_\varphi}, \frac{c}{\gamma_c} \right)$$

avec $\gamma_\varphi = 1,25$, $\gamma_c = 1,25$ ou $1,40$ respectivement selon qu'il s'agisse d'une cohésion drainée ou non-drainée. Comme indiqué précédemment, de plus en plus, cette approche est mise en œuvre en attribuant un comportement élastoplastique aux éléments de structure de manière à limiter de fait leur résistance aux valeurs imposées par les normes.

Les deux approches ne sont pas équivalentes. Elles peuvent être complémentaires dans les situations où les mécanismes de ruine « géotechniques » sont susceptibles d'induire une redistribution des efforts par rapport à ceux obtenus à l'*ELS*.

7.3.3 ETATS LIMITES GÉOTECHNIQUES (ELU GEO)

Dans la pratique, il existe trois procédures pour étudier un état limite géotechnique à l'aide d'une modélisation numérique, pour une situation et une phase données :

- une procédure de réduction des propriétés de cisaillement (*ELU* de type 2) : on divise la résistance « locale » au cisaillement par un facteur F_s , augmenté progressivement jusqu'à l'obtention d'un équilibre limite. La valeur F_s ainsi obtenue doit au moins atteindre les valeurs proposées par l'approche de calcul 3 définie par l'Eurocode 7 (tenant compte des facteurs partiels de modèle éventuels) ;
- une procédure permettant la comparaison entre l'effort mobilisé calculé dans un pieu, un tirant, etc. et la résistance calculé de ce même élément au moyen d'une norme de calcul (*ELU* de type 3) ;
- une procédure aboutissant à « une courbe de chargement » (*ELU* de type 4) : on multiplie la charge appliquée par un facteur F_s jusqu'à l'obtention d'un équilibre limite. Le facteur F_s ainsi obtenu représente la sécurité entre la charge appliquée et la résistance « globale » disponible. La démarche s'apparente à l'approche 2 de l'Eurocode 7 ; elle est recommandée dans les normes

d'application Françaises pour les justifications de stabilité locale (portance, défaut de butée etc.) des fondations et soutènements.

Il est important de noter que les facteurs de sécurité issus de ces approches ne sont pas équivalents du fait de la relation non linéaire entre la résistance globale et les propriétés de résistance qui la gouvernent. Il ne faut pas nécessairement considérer l'approche la plus défavorable mais celle qui apparaît être la plus pertinente en ce qui concerne le mécanisme de rupture étudié.

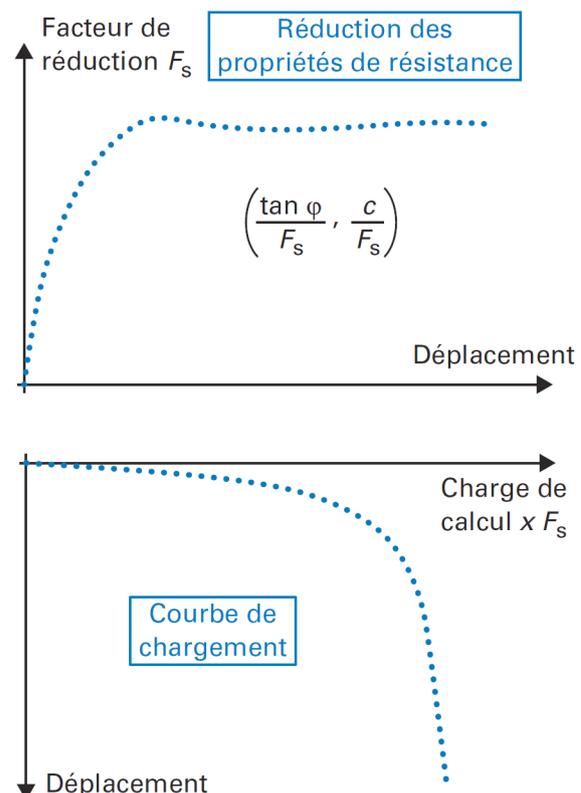


Figure 48 - Procédure de réduction de propriétés de résistance - graphique 1 (*ELU* de type 2) – Procédure de type « courbe de chargement » - graphique 2 (*ELU* de type 4).

7.3.4 CAPACITÉ PORTANTE D'UNE FONDATION

L'évaluation de la capacité portante d'une fondation isolée, superficielle ou profonde, doit être en toute rigueur menée par recours à une procédure de type « courbe de chargement ». On augmente pour cela progressivement la charge appliquée sur la fondation jusqu'à obtention d'un état d'équilibre limite. Cet état d'équilibre limite peut être défini soit par une saturation (numérique) de la résistance au cisaillement disponible, soit par un tassement limite « cible », pris conventionnellement égal à $1/10^{\circ}$ du

diamètre de la fondation. La démarche peut être répétée pour des différentes valeurs d'inclinaisons (H/V) et d'excentrement (M/V) de la charge appliquée sur la fondation.

En reportant les valeurs « limites » ainsi obtenus et en les comparant aux descentes de charges (DDC) dans un repère (V, H) ou (V, M), on peut construire alors un diagramme de « stabilité » pour différentes combinaisons de calcul. Il suffira alors de vérifier que les cas de charge à reprendre par la fondation s'inscrivent bien à l'intérieur du diagramme de stabilité de la combinaison étudiée.

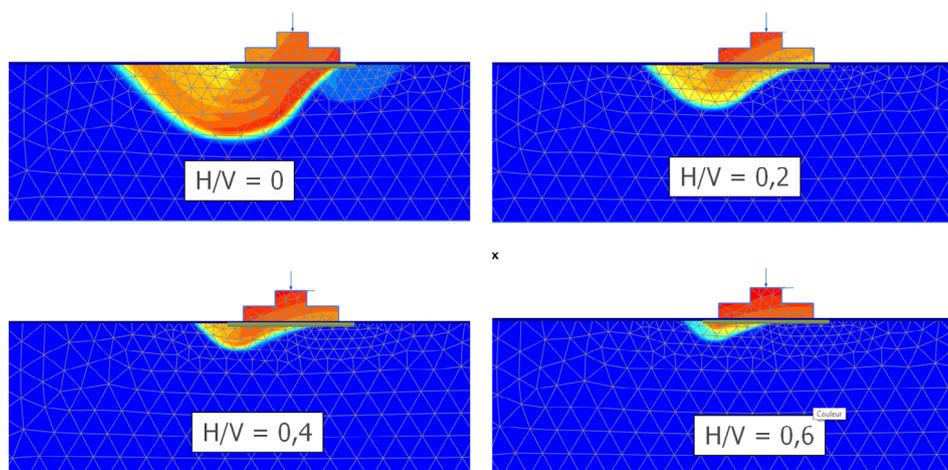


Figure 49 - Evaluation numérique de la capacité portante d'une fondation sous charge verticale ou inclinée.

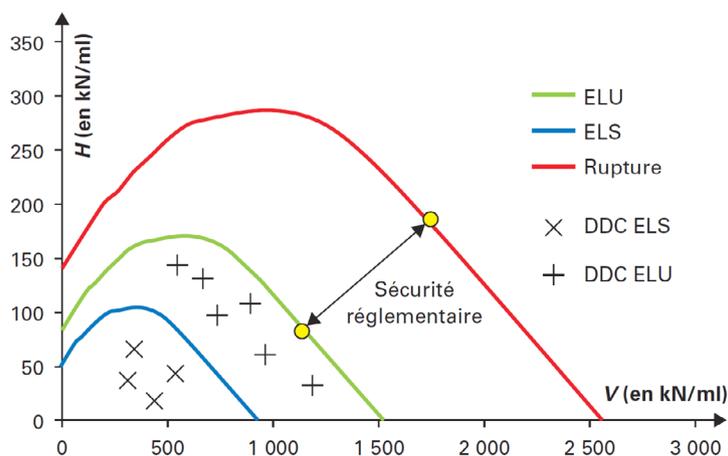


Figure 50 - Notion de diagramme de stabilité (H, V) pour une fondation isolée.

Le tableau 12 rappelle les facteurs partiels réglementaires applicables au calcul de la capacité portante d'une fondation superficielle à partir des propriétés de cisaillement du sol (en particulier les modèles numériques) :

Tableau 12 - Facteurs de sécurité global pour les calculs de capacité portante

Propriétés de cisaillement	ELS	ELU FOND	ELU ACC
Drainées c', φ'	4,60	2,80	2,40
Non drainées c_u	2,76	1,68	1,44

7.3.5 DÉFAUT DE BUTÉE D'UN ÉCRAN DE SOUTÈNEMENT

Pour un écran de soutènement ancré, les sécurités usuellement considérées pour justifier la stabilité vis-à-vis du défaut de butée correspondent au rapport entre butée mobilisable (résistance globale) et butée mobilisée (action de l'écran sur le sol côté butée). Selon les normes en vigueur, la sécurité globale visée est de 1,50 pour les phases transitoires et de 1,90 pour les phases durables.

Quand l'équilibre de l'écran de soutènement est traité à l'aide d'une modélisation numérique, la butée mobilisée n'est autre que la réaction à l'interface entre l'écran et le sol situé côté butée. La butée mobilisable peut alors être estimée soit analytiquement (pour des configurations simples) soit à partir du modèle de numérique en utilisant une procédure de type courbe de chargement. Celle-ci consiste alors à isoler la zone en butée et à la soumettre à une pression extérieure déstabilisatrice qu'on augmente progressivement jusqu'à obtention d'un état d'équilibre limite. La résultante de la pression conduisant à l'équilibre limite, en tout point, est la butée mobilisable.

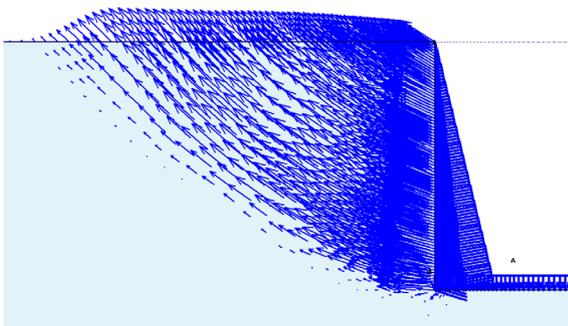


Figure 51 - Exemple d'évaluation numérique de la butée mobilisable.

Dans la mesure où le mécanisme de butée ne serait pas couvert par un mécanisme d'instabilité globale, il est possible d'examiner la stabilité vis-à-vis du défaut de butée par recours à une procédure de réduction des propriétés de cisaillement, si l'on respecte les trois conditions suivantes :

- seul le massif de sol situé côté butée doit faire l'objet d'une réduction des propriétés de cisaillement ;
- le facteur de réduction appliqué sur les propriétés de cisaillement doit être tel que la butée mobilisable (théorique) soit réduite de 1,50 pour les phases transitoires et de 1,90 pour les phases durables. A titre d'exemple, la Figure 52 donne le facteur à appliquer sur $\tan \varphi$ pour réduire le coefficient de butée K_{py} par un facteur de 1,50 ou 2,0. Par exemple, pour un angle de frottement de 30° , réduire $\tan \varphi$ par 1,35 permet une réduction de la butée mobilisable de 1,50. Compte tenu de la variation non linéaire des coefficients de butée, une réduction de $\tan \varphi$ par 1,5 et 2,0 respectivement pour les situations de courte durée et de longue durée s'avère suffisante dans la majorité des cas ;
- les éléments de structure doivent être capables de reprendre les sollicitations (ELU) obtenues à l'issue de la procédure de réduction de propriétés de cisaillement ou les efforts dans les éléments de structure doivent être limités à la résistance autorisée par les normes (dans ce cas, on utilise des éléments de structure élastoplastiques).

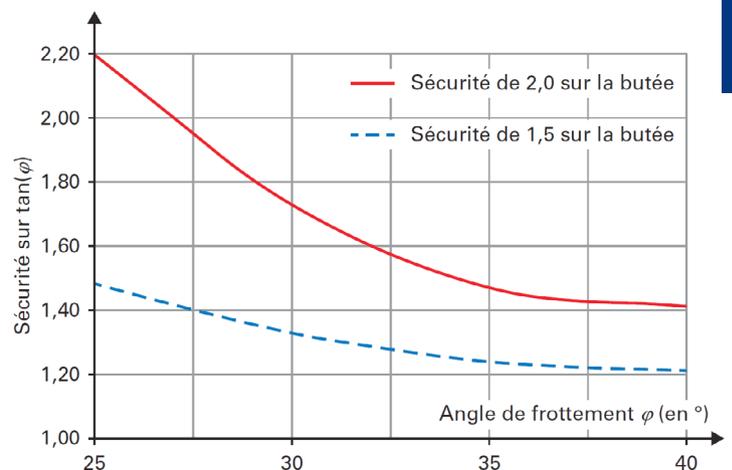


Figure 52 - Facteur de pondération à appliquer sur les propriétés de cisaillement, en fonction de l'angle de frottement, pour les situations transitoires et durables.

7.3.6 STABILITÉ DES PENTES ET TALUS RENFORCÉS

La procédure de réduction des propriétés de cisaillement est parfaitement cohérente avec le formalisme de justification applicable à la stabilité des pentes et des talus avec ou sans système de renforcement.

Le résultat de l'analyse est comparable à celui que l'on obtiendrait par les méthodes analytiques usuelles comme celles de Bishop. Les modèles numériques présentent néanmoins l'avantage de faire découvrir la forme et de la cinématique du mécanisme de rupture potentiel, sans supposer a priori une forme (généra-

lement circulaire) et une cinématique (monobloc) des mécanismes étudiés à l'instar les méthodes analytiques (Figure 53).

Les niveaux de sécurité visés sont compris entre 1,3 et 1,5 selon le caractère transitoire ou permanent de l'ouvrage géotechnique analysé.

L'attention doit être attirée sur la nécessité de contrôler les sollicitations dans les éléments de structure (clous, parement, etc.) à l'issue de la procédure de réduction des paramètres de cisaillement ou d'utiliser des éléments de structure présentant un comportement élastoplastique.

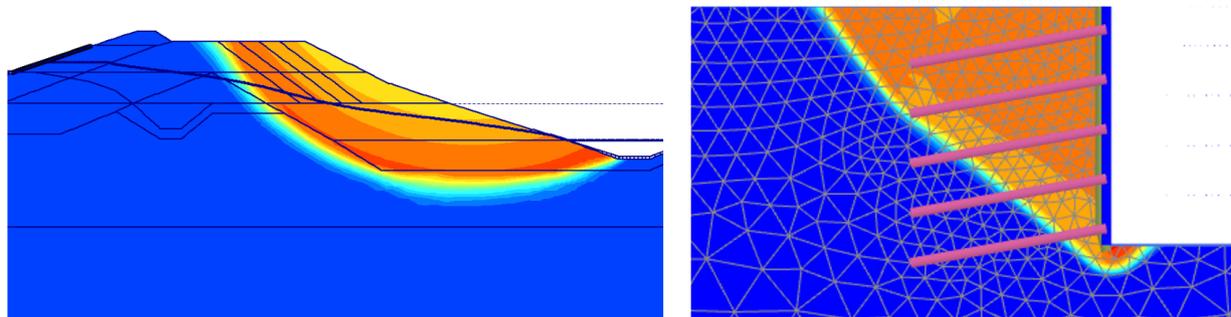


Figure 53 - Exemple de mécanisme issu d'une analyse de réduction des propriétés de cisaillement – cas d'une digue (à gauche) – cas d'une paroi clouée (à droite).

7.4 ASPECTS LIÉS AUX ÉCOULEMENTS HYDRAULIQUES

Les calculs d'écoulement ainsi que les calculs avec un couplage hydromécanique fournissent les gradients hydrauliques, les champs de pressions interstitielles et les champs de contraintes effectives. Ils permettent ainsi de répondre assez aisément aux exigences des normes de calcul et notamment l'Eurocode 7. Trois critères sont à examiner :

- deux critères locaux relatifs aux gradients hydrauliques : il s'agit de l'érosion interne et de l'érosion régressive pour lesquels différents critères existent dans la littérature selon la granulométrie du sol, la possibilité de mettre en mouvement les particules de sol, etc. Il convient de se reporter à des guides ou des recommandations spécifiques pour définir des gradients locaux limites ;

- un critère global relatif au gradient ou de manière plus générale à l'annulation éventuelle de la contrainte effective. En effet, dans le cas d'un écoulement ascendant, les contraintes effectives diminuent et peuvent s'annuler. Différents critères existent et il est courant de ne pas admettre des diminutions relatives supérieures à 30 ou 40% par rapport aux contraintes effectives qui pourraient exister en l'absence de gradient. La Figure 54 montre l'exemple d'une fouille où le champ de contraintes effectives est calculé avec et sans écoulement. La diminution relative reste inférieure à 30 %.

Pour tous ces calculs, l'hétérogénéité des perméabilités reste un facteur déterminant qu'il reste complexe de bien appréhender. Lorsque l'homogénéité hydraulique des horizons rencontrés sur la hauteur de fiche ne peut être garantie, il est souvent recommandé de « prévenir » plutôt que de « calculer » en mettant en œuvre des dispositifs appropriés : pompage profond, bouchon, puits de décharge, etc.

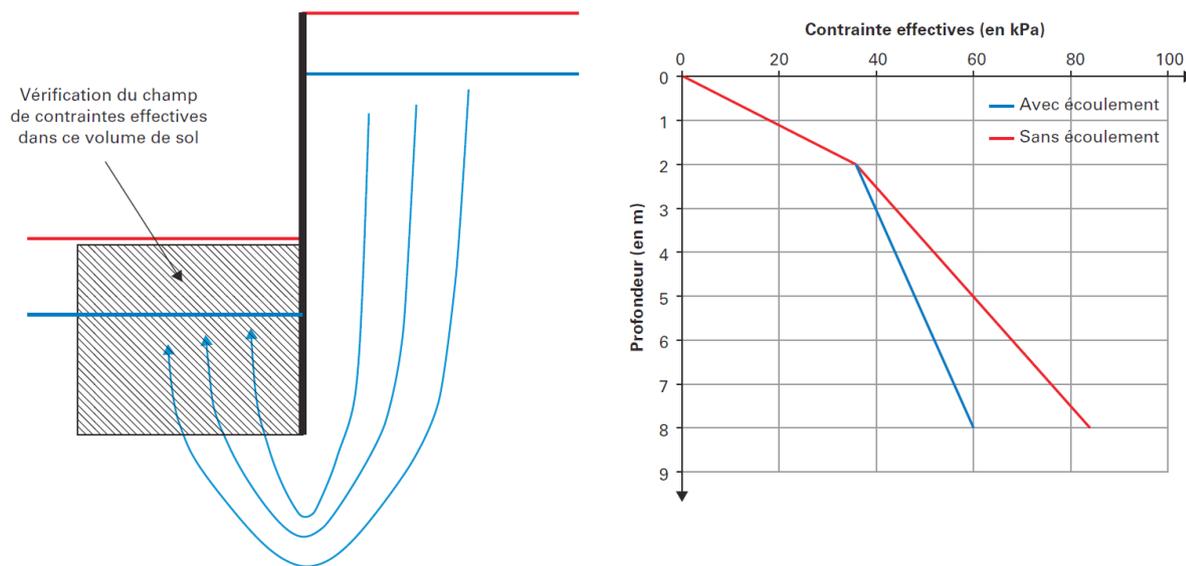


Figure 54 - Variation des contraintes effectives en présence d'un écoulement ascendant).

7.5 RÉFÉRENCES

- CEN (Comité Européen de Normalisation) (2022) EN 1997-1&2&3 : Calcul Géotechnique (Parties 1, 2 et 3) – Deuxième Génération d'Eurocode 7 – Projet pour l'Enquête Formelle.
- Bourgeois, E., Burlon, S. et Cuira, F. (2018). *Modélisation numérique des ouvrages géotechniques*, Techniques de l'ingénieur, C 258.
- Potts, D.M. and Zdravkovic, L. (2012). 'Accounting for partial material factors in numerical analysis', *Geotechnique*, 62 (12), 1053–1065.
- Tschuchnigg, F. Schweiger, H.F., Sloan, W. Lyamin, A.V. and Raissakis, I. (2015). 'Comparison of finite-element limit analysis and strength reduction techniques', *Geotechnique* 65 (4), 249–257.



Publication Juin 2023

Responsable de publication :

CFMS (Comité Français de Mécanique des Sols et de Géotechnique)

Tél. : +33 (0)1 41 96 90 80

Fax : +33(0) 1 41 96 91 05

Courriel : cfms.secretariat@geotechnique.org

Site internet : www.cfms-sols.org

Correspondance :

INSAVALOR/CFMS

66 boulevard Niels Bohr - CS52132

69603 VILLEURBANNE Cedex

Siège social :

Ecole des Ponts ParisTech

6 - 8 avenue Blaise Pascal

Cité Descartes

Champs sur Marne

77455 Marne-La-Vallée Cedex 2

Copyright :

© CFMS, Comité Français de Mécanique des Sols et de Géotechnique. En application de la loi du 11 mars 1957, il est interdit de reproduire intégralement ou partiellement le présent ouvrage, sur quelque support que ce soit, sans l'autorisation de l'Editeur ou du Centre français d'exploitation du droit de copie, 20 rue des Grands Augustins, 75006 Paris.

Le Comité français de mécanique des sols et de géotechnique, ses membres, ses administrateurs ou ses représentants déclinent toute responsabilité découlant d'omissions ou d'erreurs dans les documents qu'il émet et ne peuvent être tenus responsables de quelconque dommage lié à l'utilisation des informations contenues dans ces documents, en ce compris les informations fournies par des tiers, ou à l'impossibilité d'accès au site web ou à son contenu et ses documents, sauf en cas de faute grave ou délibérée de leur part.

La responsabilité du CFMS ne saurait davantage être engagée vis-à-vis des tiers, notamment dans le cas où les œuvres agréées par le Conseil après avis de la Commission Scientifique et Technique, donneraient lieu à des poursuites judiciaires sur le fondement de la loi du 11 Mars 1957 et de tous les autres textes protégeant les œuvres de l'esprit.

Conception graphique / mise en page :

Valérie SCOTTO DI CESARE - Studio Graphique VSCom