

# Teneur en eau des sols en génie civil

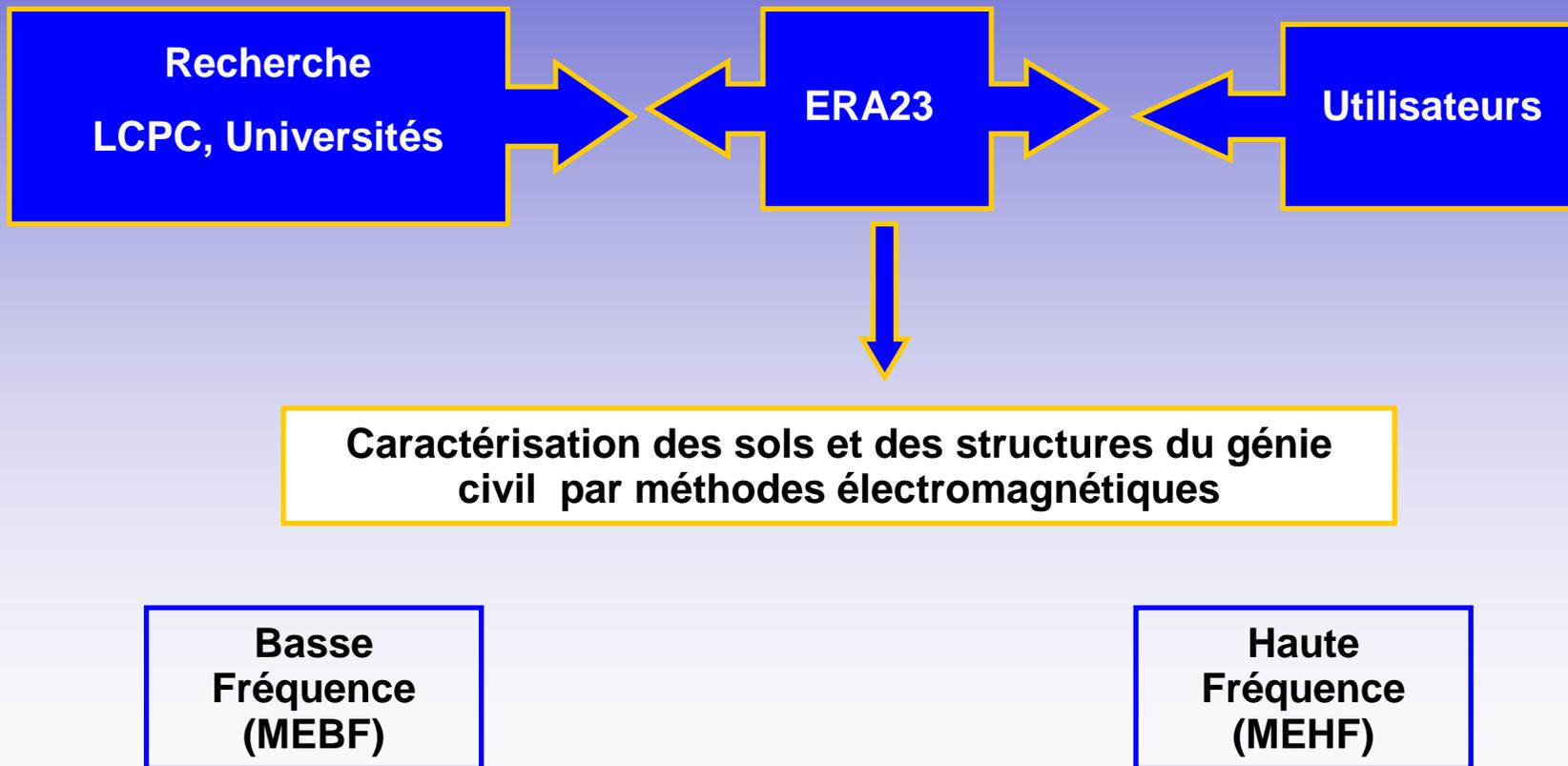
## Mesures par méthodes électromagnétiques

*Cyrille FAUCHARD – Florence SAGNARD*

*ERA23 – CETE Normandie Centre*

*24 octobre 2007*

# Objectifs de la recherche à l'ERA23



## Méthodes Electromagnétiques Haute Fréquence

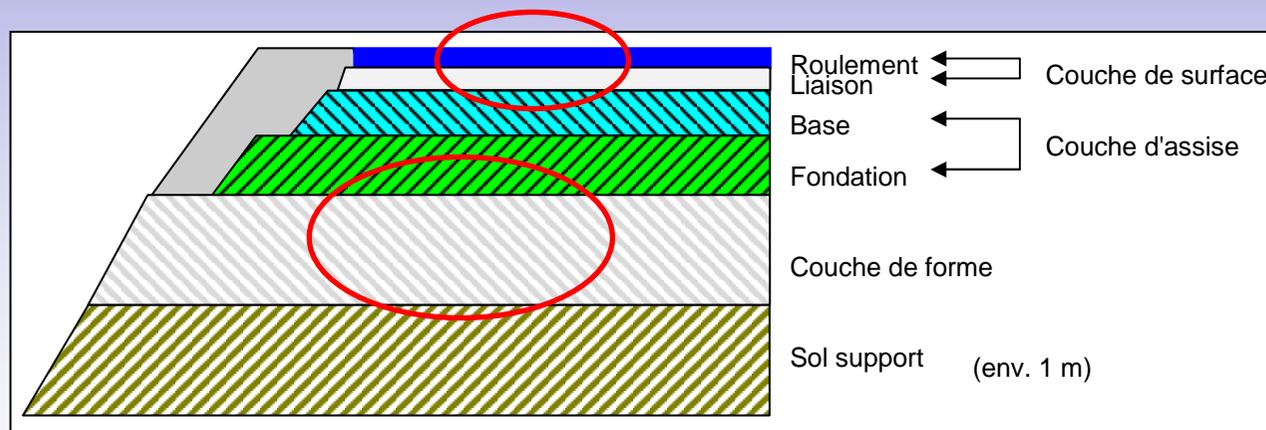
**Techniques :** Radar impulsionnel, radar à sauts de fréquences

**Domaine de fréquences :** qq MHz à 20 GHz

**Profondeur d'investigation :** qq cm à qq m

**Chaussées**

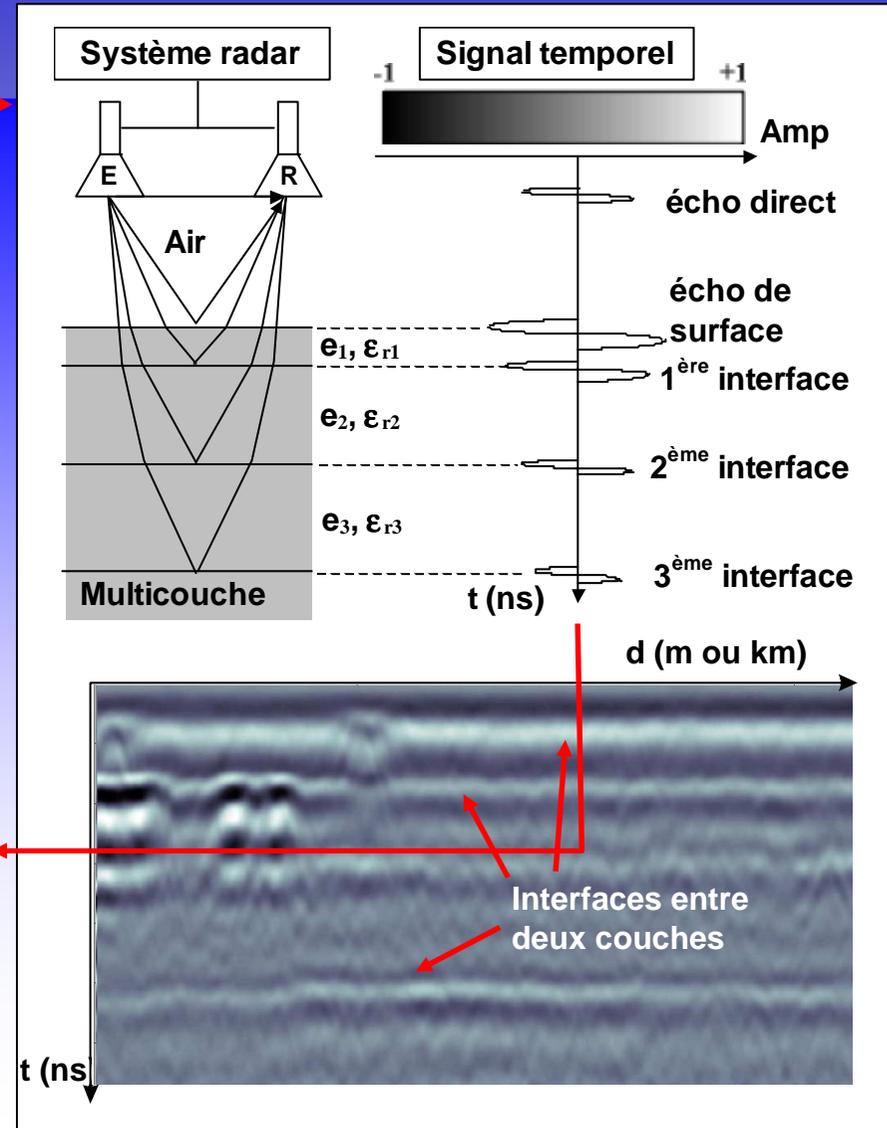
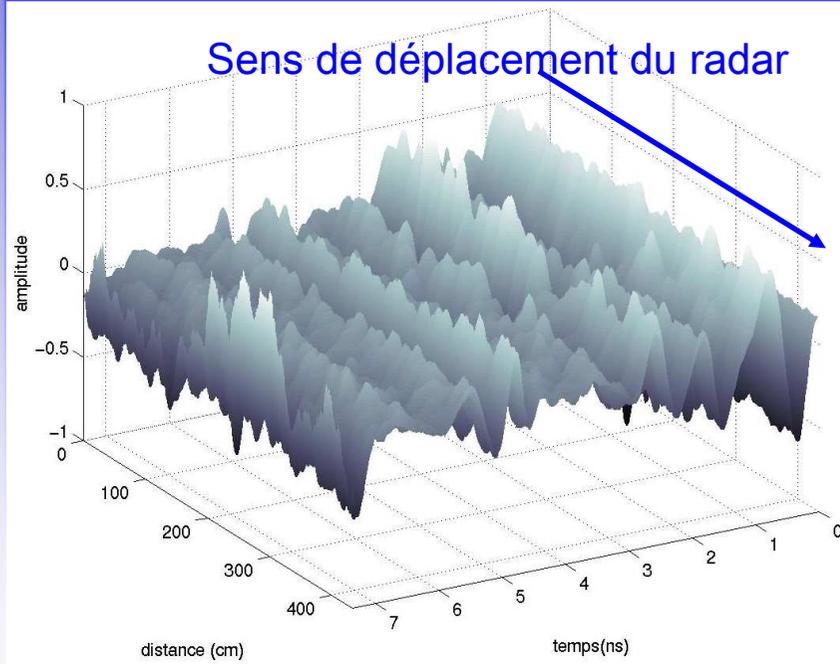
**Terrassement, ouvrages d'art, bétons**



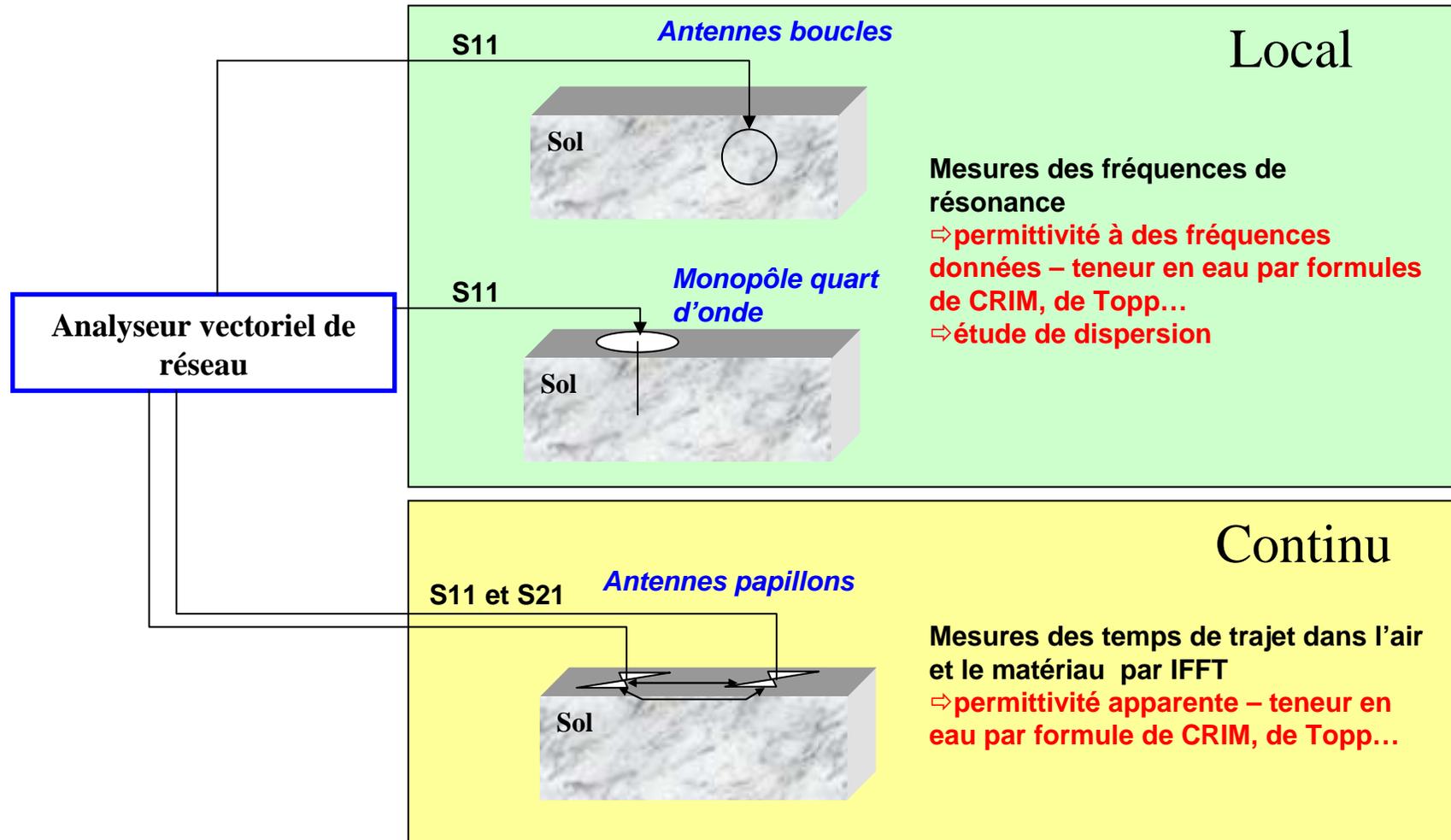
**Sables, limons, argiles**

# 1- Méthodes électromagnétiques haute fréquence

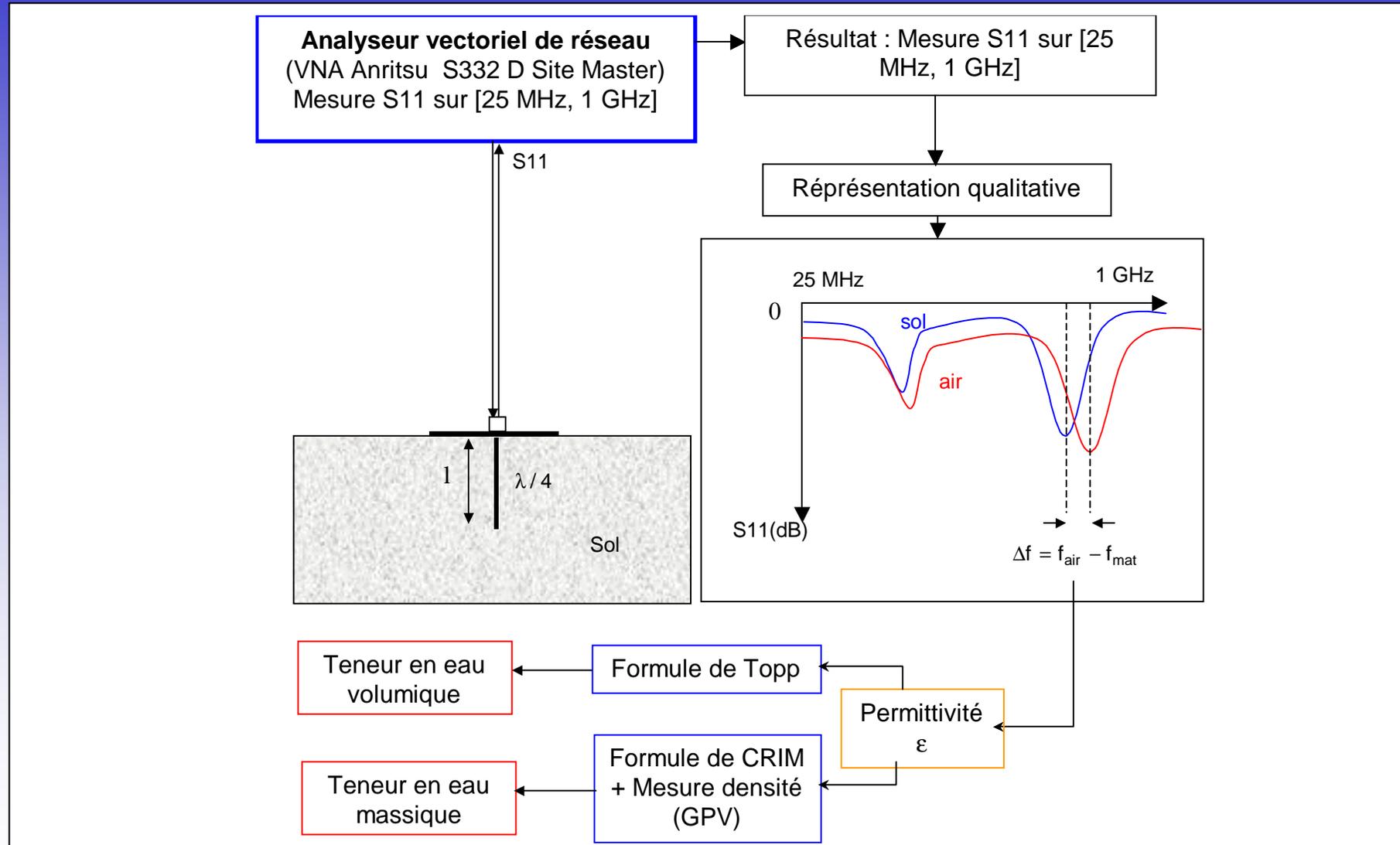
## 1-1 Principe général d'un système radar



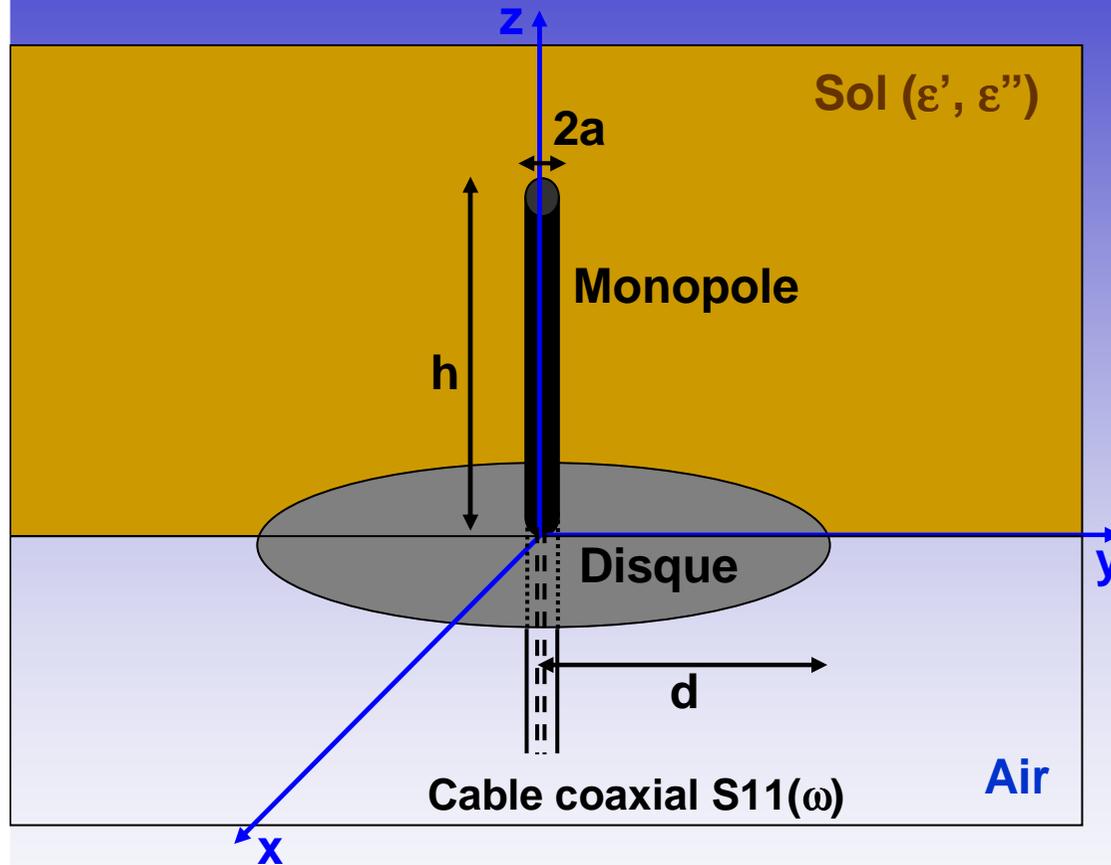
## 2 Mesures de la teneur en eau avec un analyseur et des antennes



### 3 Mesure de la teneur en eau avec un monopôle quart d'onde

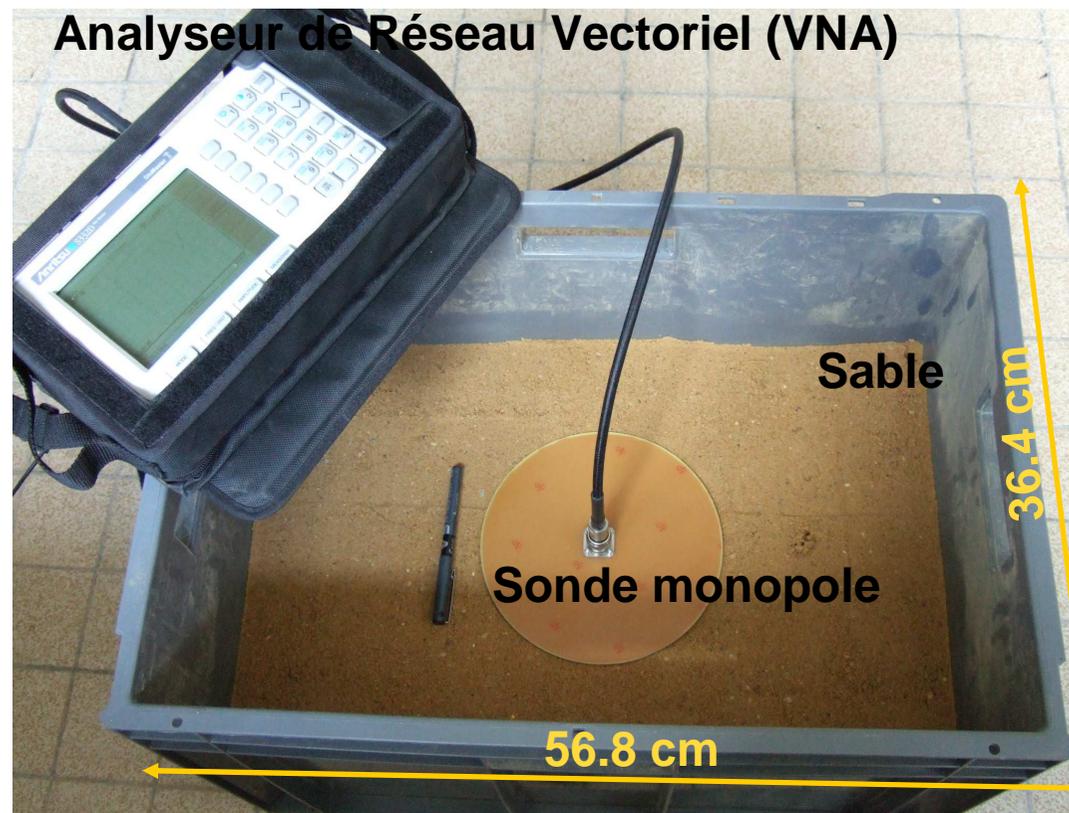


## 4 Monopôle étudié



- **Bande de fréquences :**  
[0.1 ; 4] GHz
- **Géométrie du monopole**  
longueur  $h < 10$  cm  
rayon  $0.5 \text{ mm} < a < 1.5 \text{ mm}$   
rayon du disque  $d/h > 10$
- **Caractéristiques diélectriques du sol :**  
 $2.5 < \epsilon' < 15$   
 $0 < \sigma < 0.1 \text{ S.m}^{-1}$

## 5 Dispositif



## 6 Mesure de la teneur en eau : méthodologie générale

Objectif : obtenir la teneur en eau à partir de la mesure de la permittivité apparente du milieu

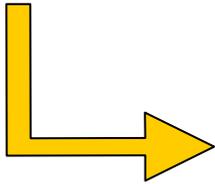
Mesure dans l'air :  $f_0^{air} = \frac{c}{4l}$  [Hz]

Mesure dans le matériau :  $f_0^{mat} = \frac{c}{4l\sqrt{\epsilon_a}}$  [Hz]



$$\epsilon_a = \left( \frac{f_0^{air}}{f_0^{mat}} \right)^2$$

(Ou autres formalismes) :



Formule de Topp :

$$\theta^{Topp} = -5.3 \cdot 10^{-2} + 2.92 \cdot 10^{-2} \epsilon_a^1 - 5.5 \cdot 10^{-4} \epsilon_a^2 + 4.3 \cdot 10^{-6} \epsilon_a^3$$

Formule de CRIM :

$$\theta = \frac{\sqrt{\epsilon_a} - \sqrt{\epsilon_{air}}}{\sqrt{\epsilon_e} - \sqrt{\epsilon_{air}}} + \frac{\rho_h}{\rho_s} (\sqrt{\epsilon_g} - \sqrt{\epsilon_{air}})$$

Formule de conversion :

$$\theta = \frac{d_h}{(1+w)} w = \frac{\rho_h}{\rho_{eau}(1+w)} w$$

$$\theta^{Labo} = 1.249 \cdot 10^{-1} * \sqrt{\epsilon_a} - 3.85 \cdot 10^{-2} * \rho_h - 1.279 \cdot 10^{-1}$$

## 7 Teneur en eau **volumique** estimée au monopôle quart d'onde méthodes des fréquences de résonance

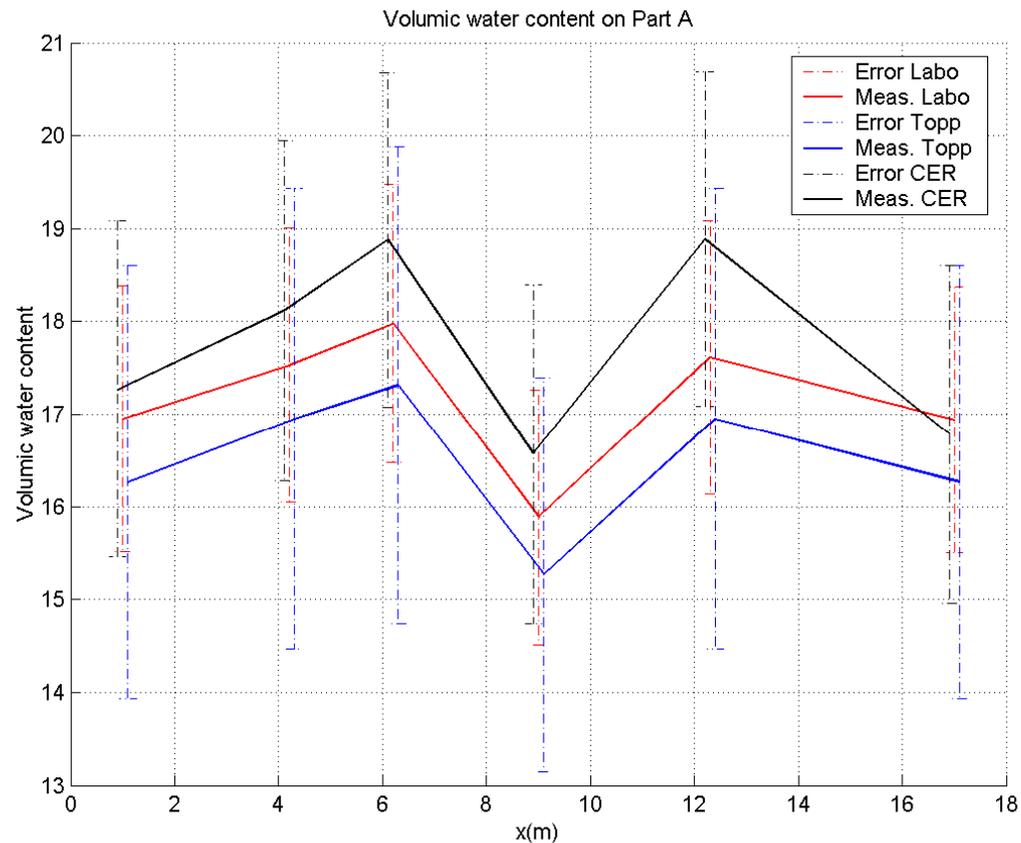
Comparaison de 3  
approches

Mes. CER :  
séchage + GPV

Mes. Labo (CRIM) :  
GPV + mes.  $\epsilon$

$\frac{1}{4}$  d'onde

Mes. Topp : mes.  $\epsilon$



Teneur en eau volumique : précision équivalente pour les 3  
méthodes

## 8 Teneur en eau **massique** estimée au monopôle quart d'onde

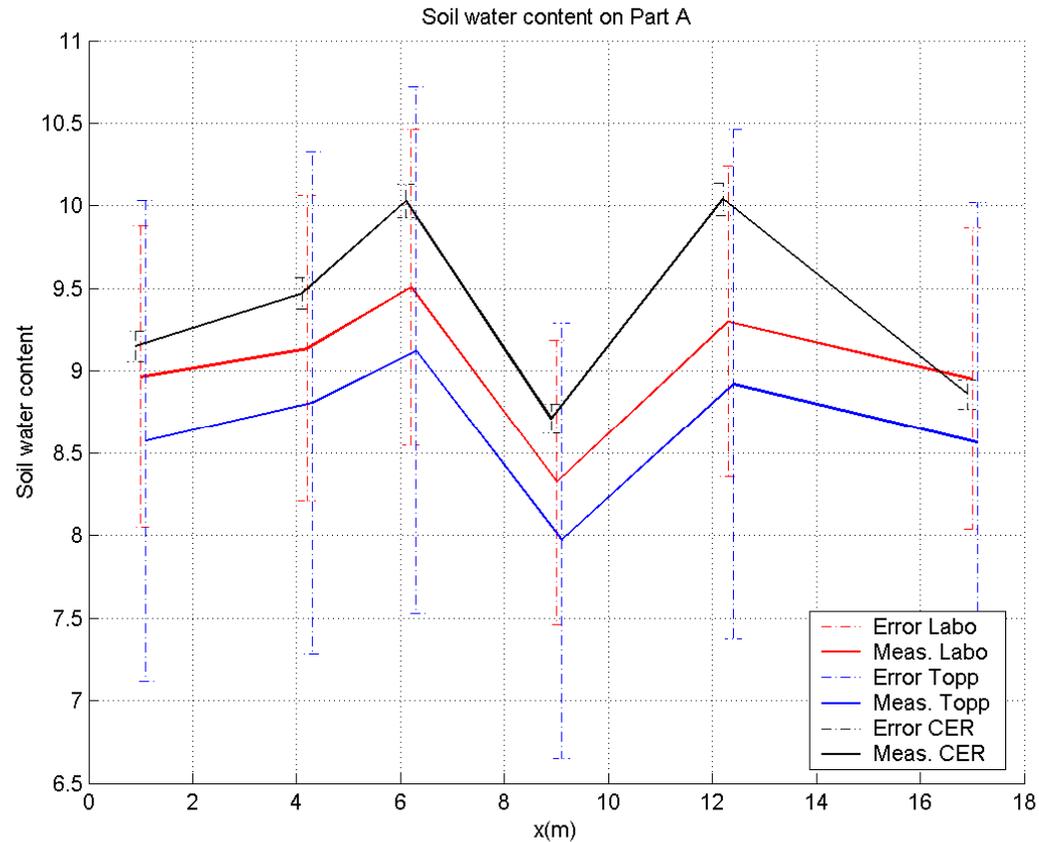
Comparaison de 3  
approches

Mes. CER :  
séchage

Mes. Labo (CRIM) :  
GPV + mes.  $\epsilon$

$\frac{1}{4}$  d'onde

Mes. Topp : GPV +  
mes.  $\epsilon$



Limites : précision moins satisfaisante pour Topp et CRIM par rapport au séchage

9 Amélioration de la méthode d'estimation de la permittivité (Sagnard, 2007)

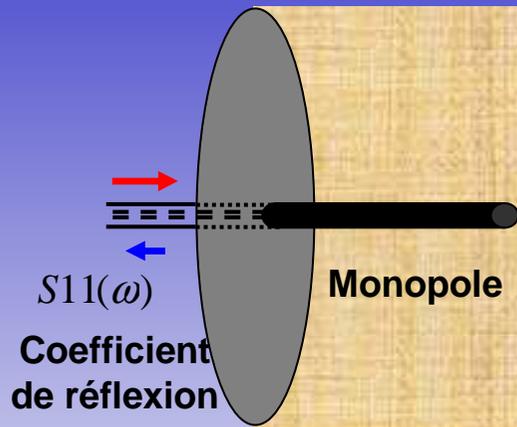
## Modélisations

Modèle de Wu / Smith  
(approche analytique)

Simulations FDTD  
(approche numérique)

## Expérimentations

Sonde Monopole  
(réflexion)



Filtrage

Analyse paramétrique

Algorithme des  
fréquences de résonance

Algorithme HR de  
Prony

Approximation par un  
polynôme rationnel

Permittivité complexe

Teneur en eau volumique

## 10 Monopôle long – modèle analytique

- **Hypotheses**

**Monopole geometry:**  $a/\lambda \ll 1$  ;  $a/h \ll 1$  ;  $h > \lambda$

**Infinite ground plane**

**Soil complex permittivity:**  $\epsilon_{rm}(\omega) = \epsilon' + j\epsilon''(\omega) = \epsilon' + j\frac{\sigma}{\omega\epsilon_0}$

- **Input impedance**

$$Z_{11}(\omega) = \frac{\omega \mu_0}{j4k (S + CU)} \quad [Ohms]$$

- **Input reflection coefficient**

$$S_{11}(\omega) = \frac{Z_{11}(\omega) - Z_0}{Z_{11}(\omega) + Z_0}$$

$$\begin{cases} C = -\frac{1}{2} \frac{(2T - T') \sin(kh) - (2S - S') \cos(kh)}{T' \cos(kh) + S' \sin(kh)} \\ U = -j(A_2 - A_3) \end{cases}$$

$Z_0$  : coaxial characteristic impedance

$$k = \beta + j\alpha = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0 (\epsilon' + j\frac{\sigma}{\omega\epsilon_0})}^{1/2} : \text{wavenumber of the soil}$$

## 11 Monopôle court – modèle analytique

- Hypotheses**

**Monopole geometry:**  $a / \lambda \ll 1 ; |kh| \ll 1$

**Infinite ground plane**

**Soil complex permittivity:**  $\epsilon_{rm}(\omega) = \epsilon' + j\epsilon''(\omega) = \epsilon' + j\frac{\sigma}{\omega\epsilon_0}$

- Input impedance**

$$Z_{11}(kh) = \sqrt{\epsilon_{rm}} = \left(\frac{kh}{k_0h}\right) Z_n(kh)$$

where:  $\epsilon_{rm} = \left(\frac{kh}{k_0h}\right)^2$

**Normalized impedance**

$$\begin{aligned} Z_n(kh) &= \left(\frac{kh}{k_0h}\right) Z_{11}(kh) \\ &= j\frac{K}{kh} \left[ \frac{1 + jb_1(kh) + b_2(kh)^2 + jb_3(kh)^3 + \dots + b_m(kh)^m}{1 + ja_1(kh) + a_2(kh)^2 + ja_3(kh)^3 + \dots + a_m(kh)^m} \right] \end{aligned}$$

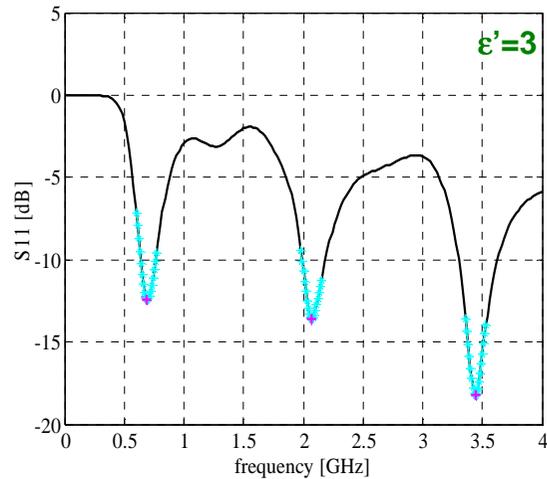
- Input reflection coefficient**

$$S_{11}(\omega) = \frac{Z_{11}(\omega) - Z_0}{Z_{11}(\omega) + Z_0}$$

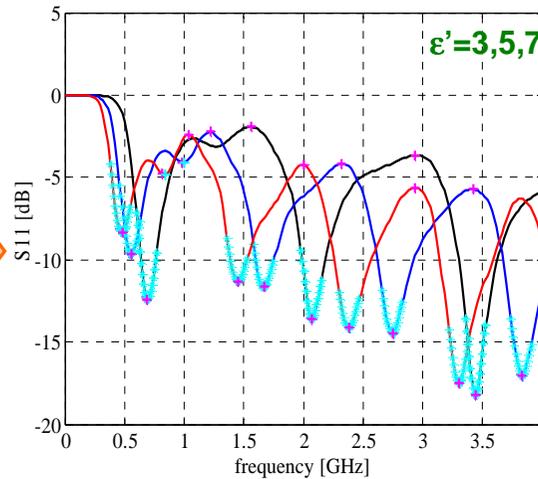
$$K = \lim_{|k_s h| \rightarrow 0} \left( \frac{-j(k_s h)^2}{k_0 h} Z_{11}(k_s h) \right)$$

**Order  $m = 4$  has been fixed**

# 12 Fréquence de résonance

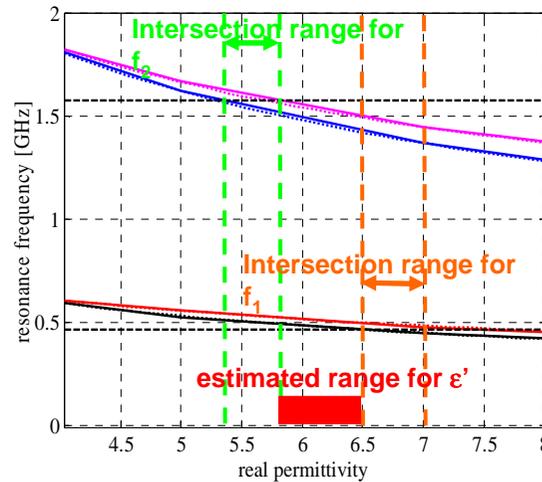
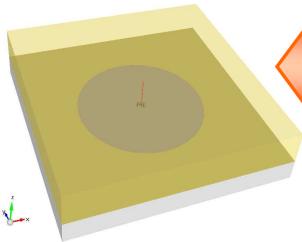


**(1) Selection by gradient determination of local minima of measurement data, and low pass interpolation for data resampling**

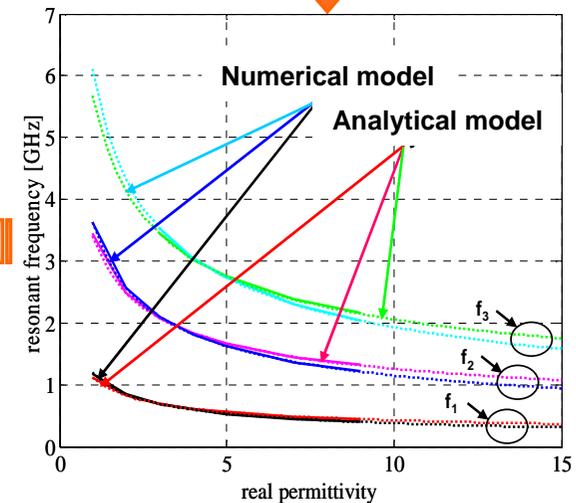


**(2) Extension of the detection of local minima to several values of  $\epsilon_m'$**

FDTD simulations



**(4) Determination of the variation range of the real permittivity from the resonant frequencies measured**

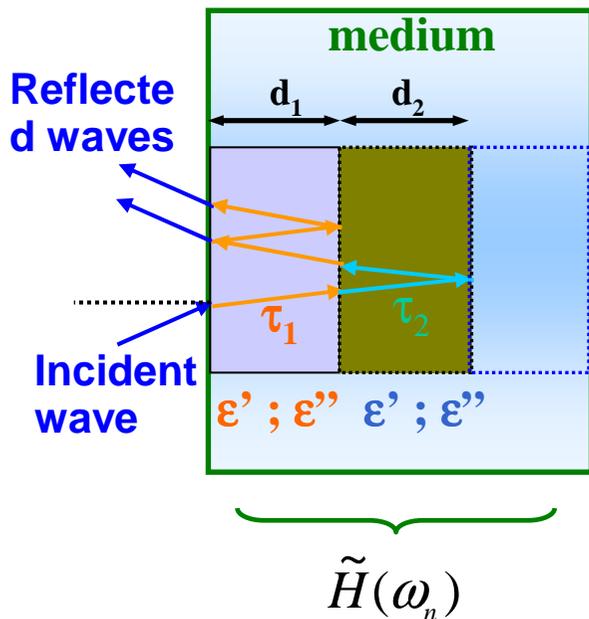


**(3) Plots of the variation of the first resonant frequencies versus the real permittivity issued from both modeling of the antenna**

**(5) Applying a least square criterion to compare theoretical and experimental data for the estimation of  $\epsilon'$**

**Hypotheses :**

- Modeling of the transfer function in a wide frequency band  $\omega_{\min} \leq \omega_n \leq \omega_{\max}$
- A multipath propagation channel
- $M$  decorrelated paths
- A complex propagation time  $\tau_k$  per path



$$\tilde{H}(\omega_n) = \sum_{k=1}^M \tilde{a}_k e^{-j\tilde{\tau}_k \omega_n}$$

$$= \sum_{k=1}^M \underbrace{\tilde{a}_k e^{-(\alpha_k + jT_k)\omega_0}}_{\tilde{b}_k} \underbrace{e^{-(\alpha_k + jT_k)n\omega_s}}_{Z_k^n}$$

$\omega_n = 2\pi f_n$   
 $= \omega_0 + n\omega_s$

$\tilde{\tau}_k = T_k - j\alpha_k$

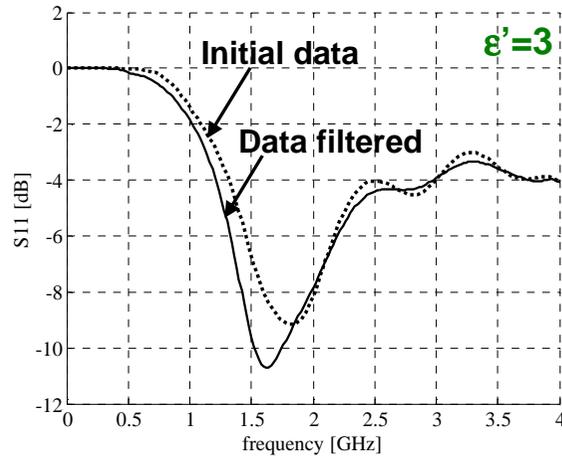
**Complex propagation time**

$\tilde{b}_k = \tilde{a}_k e^{-(\alpha_k + jT_k)\omega_0}$

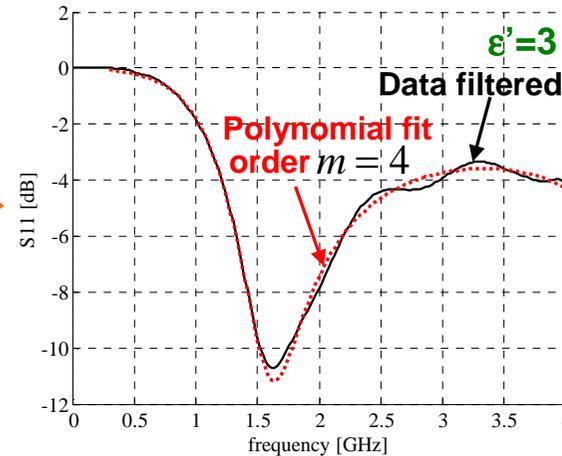
$Z_k = e^{-(\alpha_k + jT_k)\omega_s}$

$\tilde{H}(\omega_n) = \sum_{k=1}^M \tilde{b}_k Z_k^n$

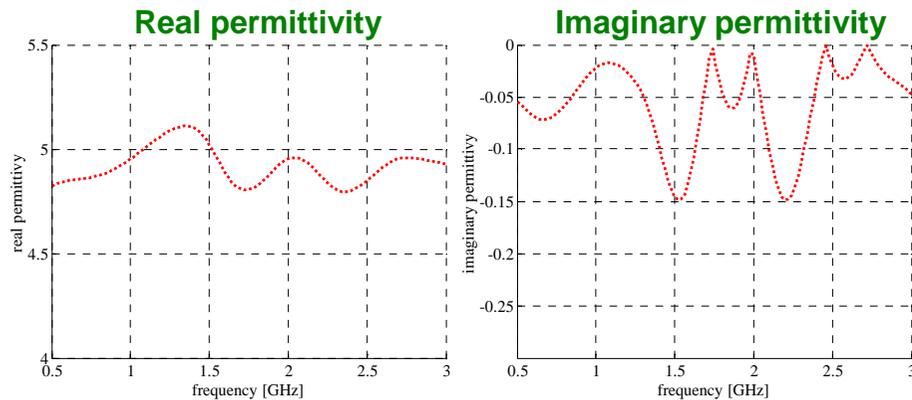
# 14 Approximation polynomiale



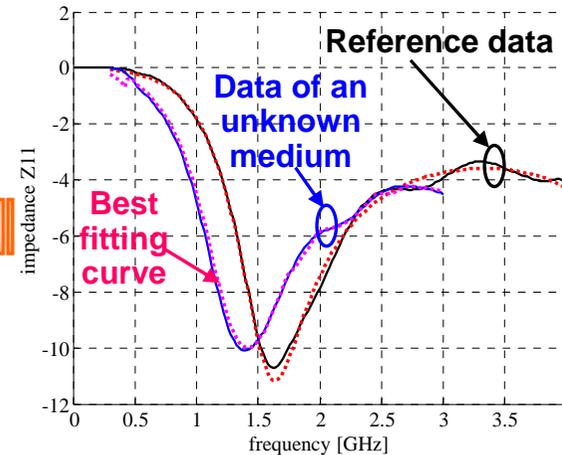
(1) Calibration process: reading and filtering (FIR filter) reference data associated with a known medium ( $\epsilon'$ ,  $\epsilon''$ )



(2) Calibration process: determination of the 9 coefficients of the rational polynomial function fitting the data



(4) Final permittivity estimation

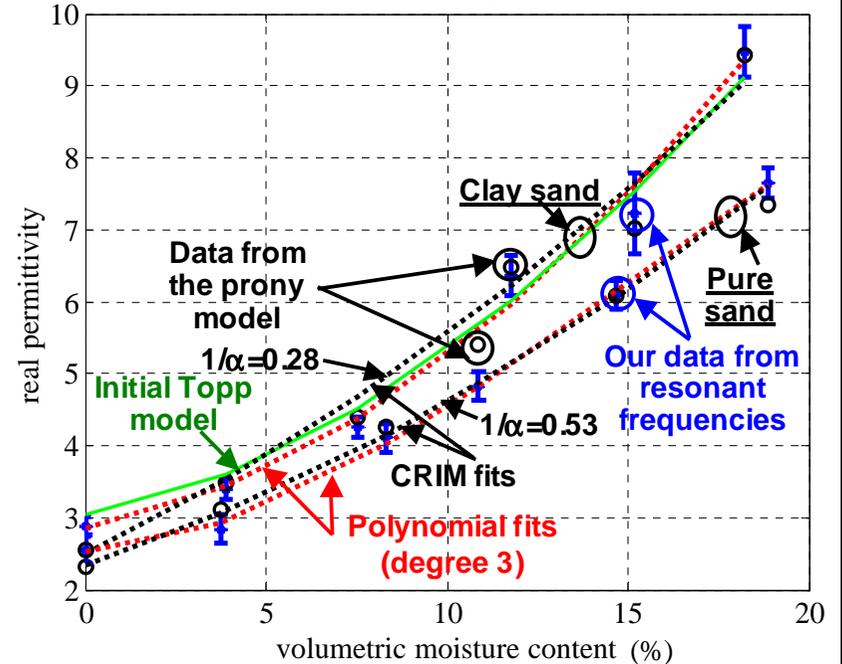


(3) Data analysis and complex permittivity estimation for an unknown medium: determination of the best solution among the 6 possible solutions

**Sable peu argileux (classe B2, carrière Stref)**

| Mois-<br>ture<br>by<br>weight | Res.<br>freq.<br>Algo.<br>$\epsilon'_{eff}$ | Res.<br>freq.<br>Algo.<br>$\Delta\epsilon'$ | Prony<br>Algo.<br>$\epsilon'_{eff}$ | Prony<br>Algo.<br>$\Delta\epsilon'$ | Prony<br>Algo.<br>$\sigma$<br>[S/m] | Cavity<br>meas. at<br>$f_0=1.3G$<br>Hz<br>$\epsilon'_{eff}$<br>(+/-5%) | [kg.<br>dm <sup>-3</sup> ] |
|-------------------------------|---|---|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--|----------------------------|
| 0%                            | 2.13  | +/-0.14                                     | 2.32                                | +/-0.10                             | 1.89<br>10 <sup>-3</sup>            | 2.88   | 1.34                       |
| 2.59%                         | 3.40  | +/-0.14                                     | 3.49                                | +/-0.10                             | 3.80<br>10 <sup>-3</sup>            | 3.89   | 1.54                       |
| 5.07%                         | 4.25  | +/-0.14                                     | 4.40                                | +/-0.10                             | 6.24<br>10 <sup>-3</sup>            | 4.04   | 1.56                       |
| 7.48%                         | 6.37  | +/-0.28                                     | 6.47                                | +/-0.20                             | 9.28<br>10 <sup>-3</sup>            | 6.39   | 1.69                       |
| 9.26%                         | 7.22  | +/-0.56                                     | 7.01                                | +/-0.20                             | 1.36<br>10 <sup>-2</sup>            | 7.87   | 1.79                       |
| 11.2%                         | 9.48  | +/-0.35                                     | 9.43                                | +/-0.20                             | 1.86<br>10 <sup>-2</sup>            | 9.84   | 1.81                       |

**Sables pur et peu argileux (D1 et B2)**



- ➔ - Variation de  $\epsilon'$  avec  $\Theta$  plus marqué pour le sable peu argileux
- Modèle de Topp correctement suivi par le sable peu argileux
- Dans le cas du modèle de CRIM  $0.33 < 1/\alpha < 0.65$

Continu

S11 et S21 *Antennes papillons*



Mesures des temps de trajet dans l'air et le matériau par IFFT  
 ⇒ permittivité apparente – teneur en eau par formule de CRIM, de Topp...

Relation liant la vitesse de propagation du onde em  $v$ , la célérité  $c$ , et la permittivité relative réelle  $\epsilon_r$ :

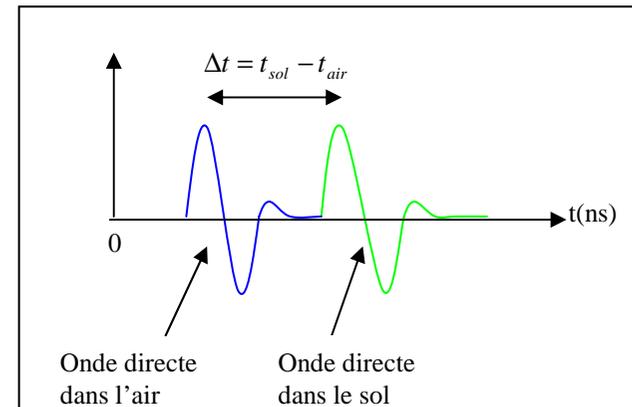
$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}}$$

Temps de propagation dans l'air :  $t_{air} = \frac{d}{c}$

Temps de propagation dans le matériau :  $t_{mat} = \frac{d}{c} \cdot \sqrt{\epsilon_r}$

$$\Delta t = t_{mat} - t_{air} = \frac{d}{c} \cdot (\sqrt{\epsilon_r} - 1)$$

$$\epsilon_r = \left( \frac{c}{d} \cdot \Delta t + 1 \right)^2$$



## Dispositif de mesures en continu



## Dispositif et étapes de mesure



**Génération d'ondes monochromatiques à différentes fréquences par l'analyseur de réseau**



**L'antenne émettrice rayonne les ondes reçues dans le matériau**



**L'analyseur traite le signal détecté par l'antenne réceptrice**

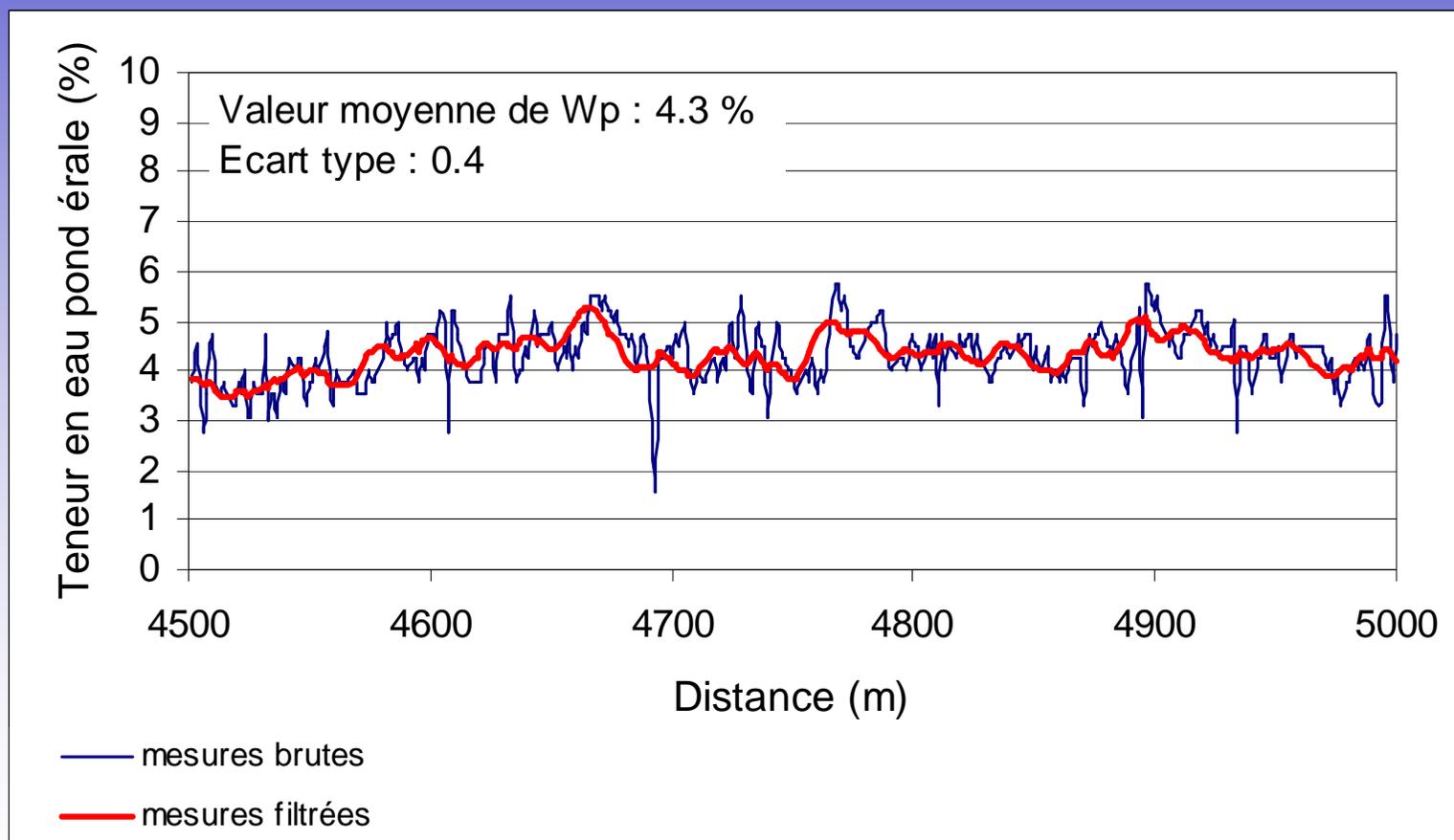


**Traitement mathématique des données fréquentielles par IFFT**



**Mesure du temps de propagation de l'onde de surface**

## Exemple de résultat sur LGV



Perspective 2007-2008

## Monopôle en réseau et mesure entre forages

