

# IDENTIFICATION DES PARAMÈTRES HYDRODYNAMIQUES DES SOLS NON SATURÉS :

*méthodes "directe" et inverse*



*Adel ABDALLAH*  
LAEGO - ENSG Nancy



**Introduction**

**Équations de l'écoulement non saturé**

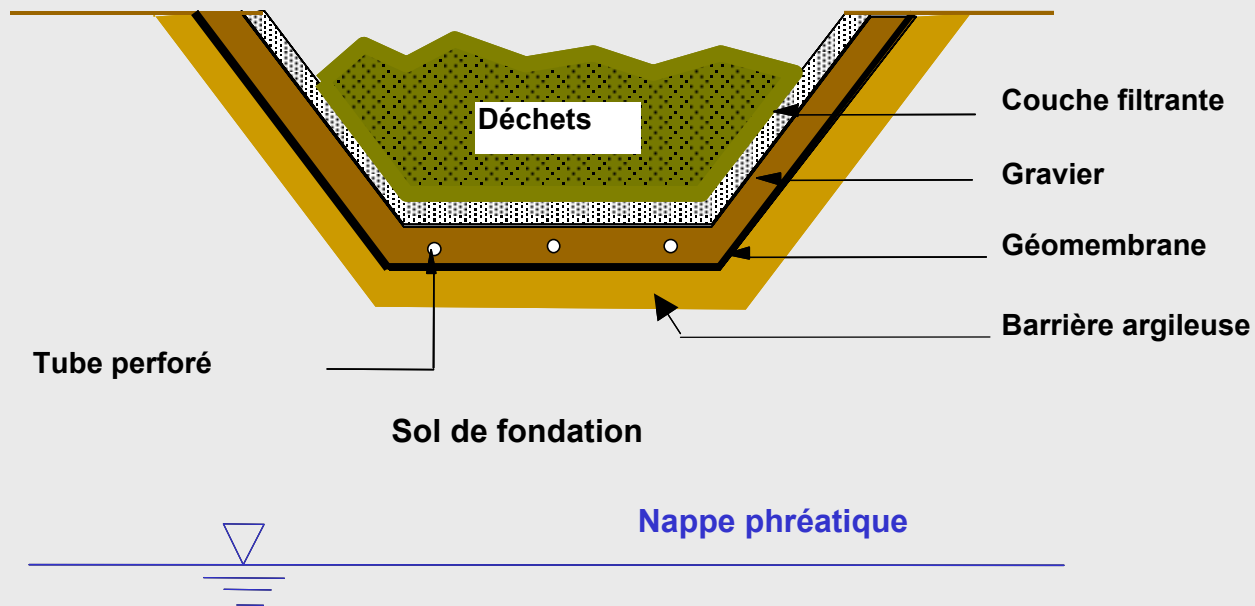
**Détermination des propriétés hydrodynamiques**

**Synthèse & conclusion**

**Géotechnique  
et  
Environnement**

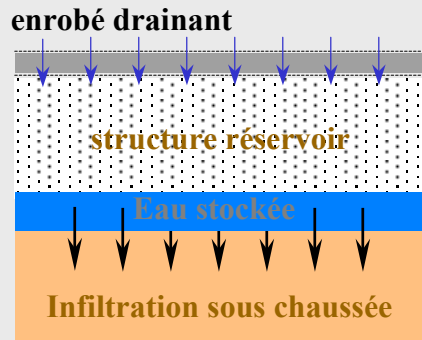
- *Écoulements dans les digues/barrages et les talus*
- *Stockage de déchets ménagers ou industriels*
- *Transport des polluants*

## Alvéole de stockage de déchets ménagers en surface

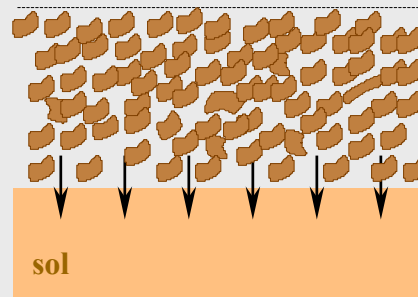


## Aménagement Urbain et Génie Rural

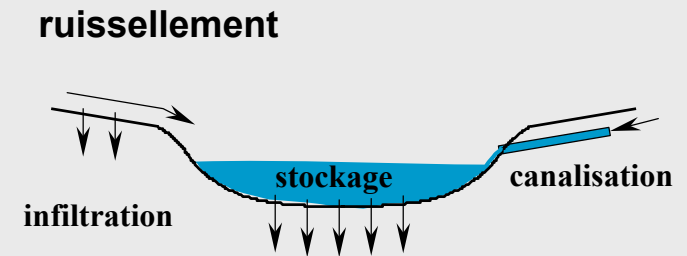
- *Infiltration des eaux pluviales (techniques alternatives)*
- *Gestion des ressources en eaux*



Chaussée à structure réservoir



Tranchée d'infiltration



Fossé d'infiltration

## Hydrogéologie

- *Écoulements vers et à partir des aquifères*

## Agronomie

- *Irrigation*
- *Transport des fertilisants*

**Loi de Darcy :**

$$\vec{q} = -k(H) \vec{\nabla} H$$

$$H = \Psi - z$$

**Loi de continuité :**

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\nabla q$$

**Équation de l'écoulement non saturé :**

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \nabla(k(\Psi) \nabla(\Psi - z))$$

**Richards  
1928 – 1931 :**

**Écoulement unidimensionnel  
de haut en bas**

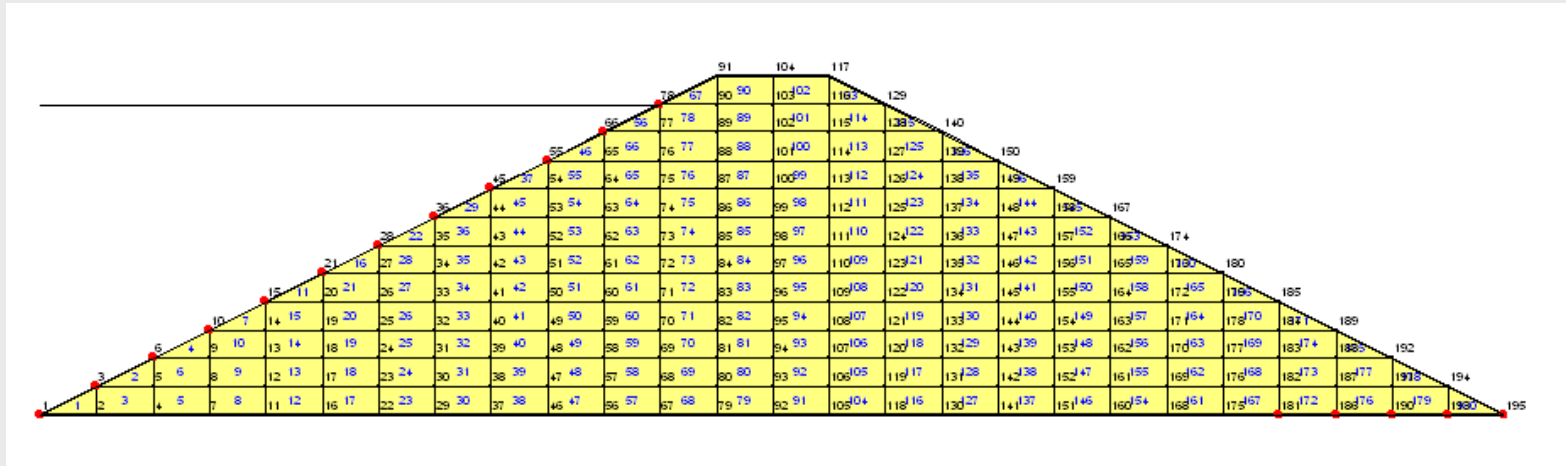
$$\Rightarrow \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial \theta}{\partial \Psi} \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( k(\Psi) \left( \frac{\partial \Psi}{\partial z} - 1 \right) \right)$$

$\theta(\Psi)$  : Courbe de rétention de l'humidité

$k(\Psi)$  : Courbe de conductivité hydraulique



## Méthode des Éléments Finis :



Fonctions d'interpolation aux nœuds :  $h = \langle N \rangle \cdot \{H\}$

Équation E.F. :  $[K] \cdot \{H\} + [M] \cdot \{H\}_t = \{Q\}$

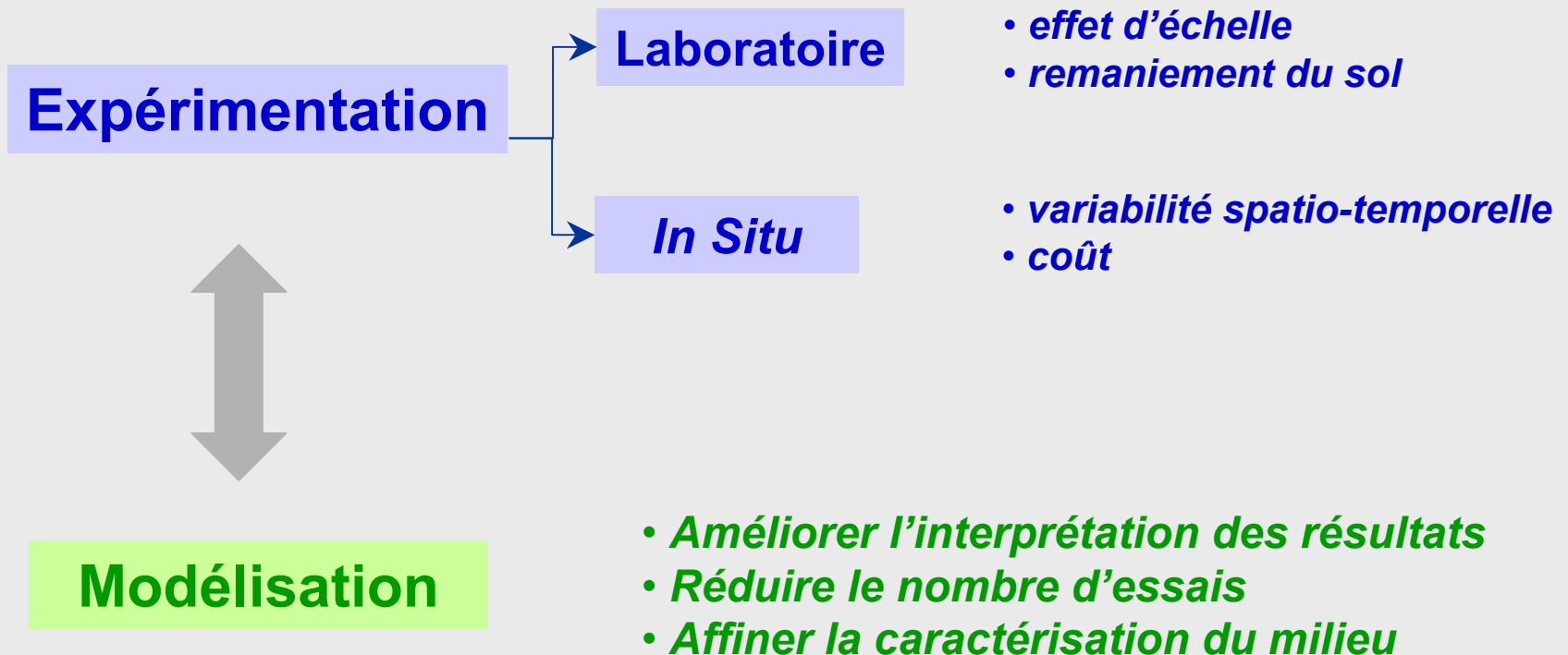
+ flexibilité (géométrie)  
+ 2D – 3D

- calcul plus lourd

## Caractérisation hydrodynamique des sols non saturés :

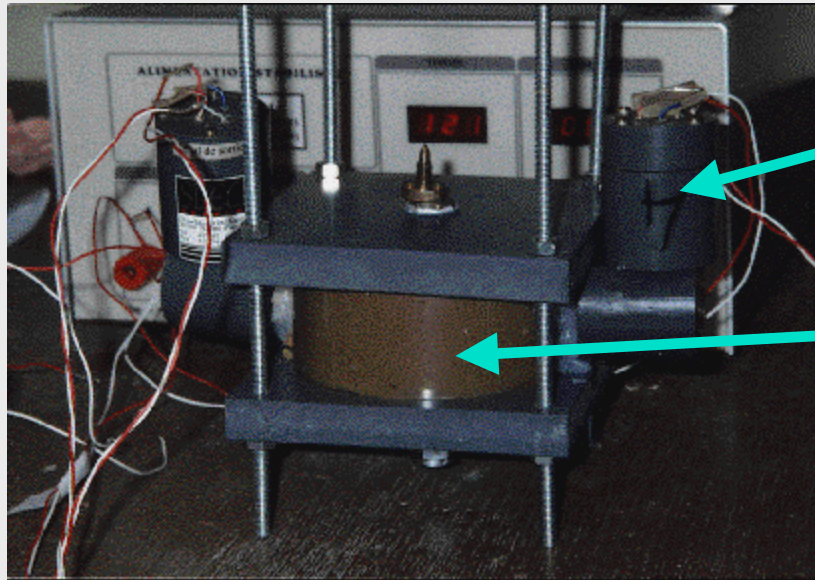
$\theta(\Psi)$  : courbe de rétention de l'humidité

$k(\Psi)$  : courbe de conductivité hydraulique



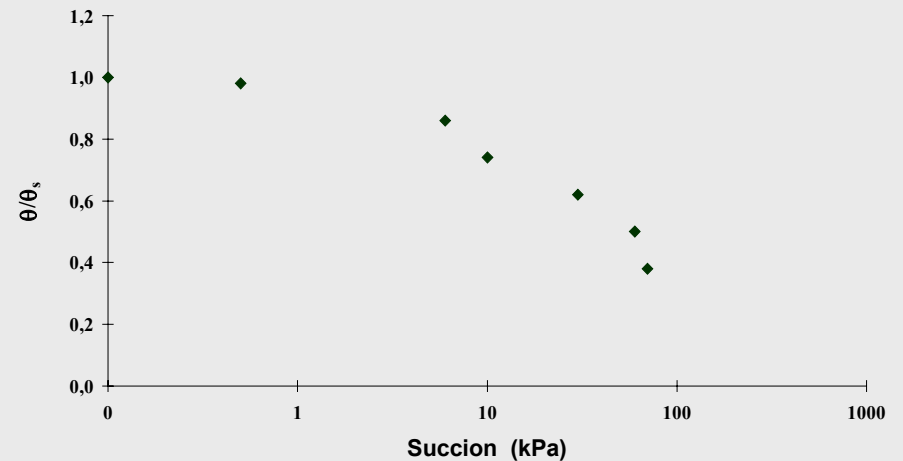


## Détermination de la courbe de rétention au laboratoire :



Mini tensiomètre

Échantillon



## Détermination expérimentale de $k(\Psi)$ :

**Imposition de la succion**

*En régime permanent*

*En régime transitoire*

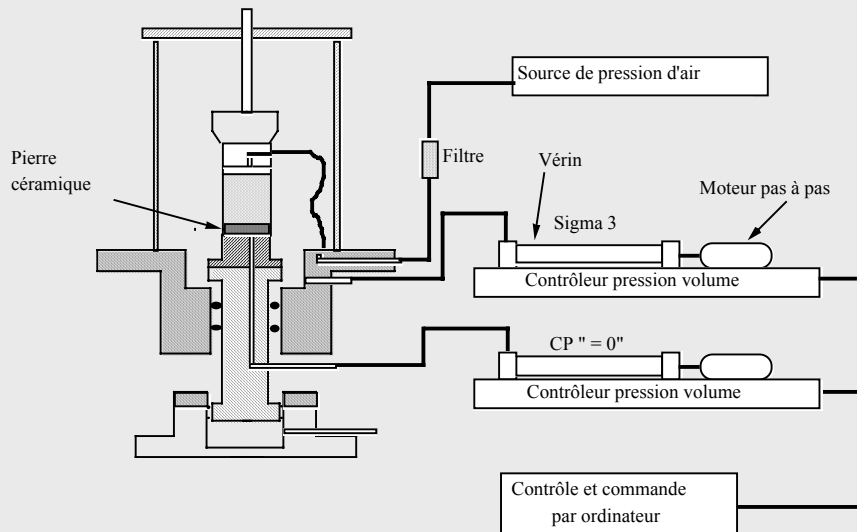
- *sols grossiers à forte perméabilité*

- *couplage hydro-mécanique*

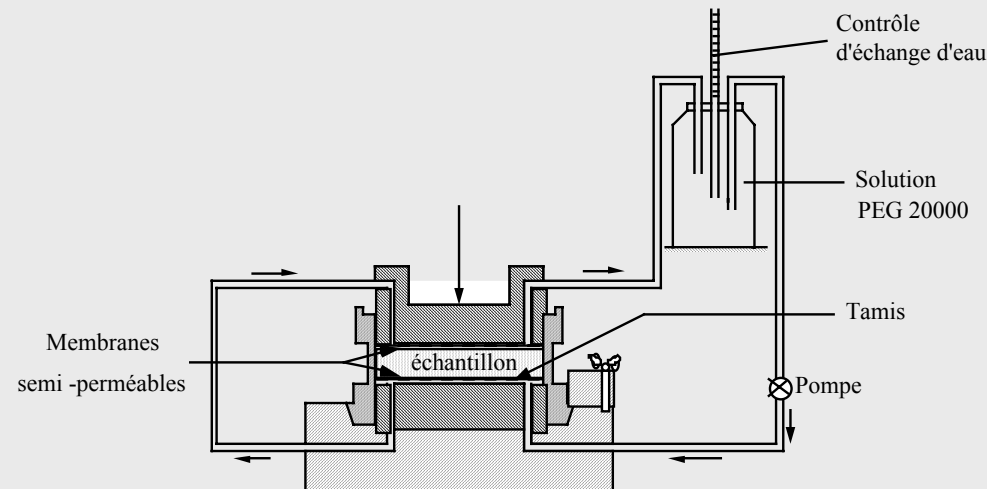
- *mesures globales*

- *échantillon de faible dimension*

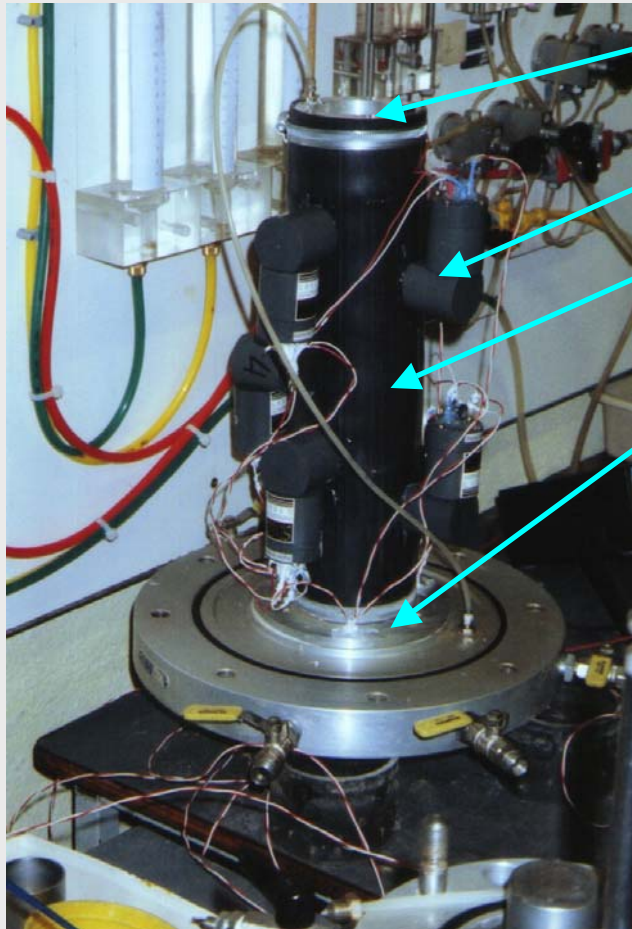
### Méthode à surpression d'air (Ed Diny 1993)



### Méthode osmotique (Delage 1992)



## Essai d'infiltration au laboratoire (Amraoui 1996)

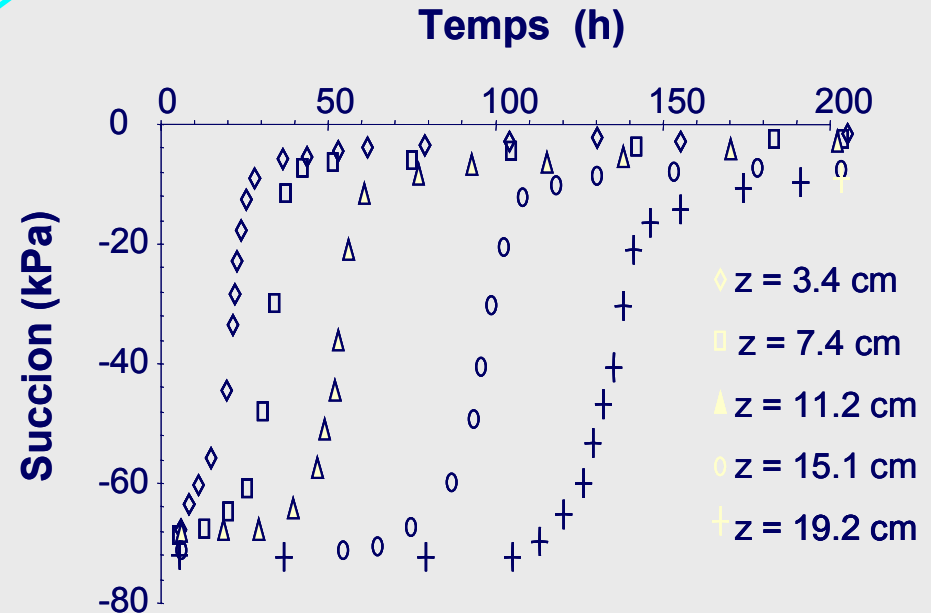


Alimentation en eau

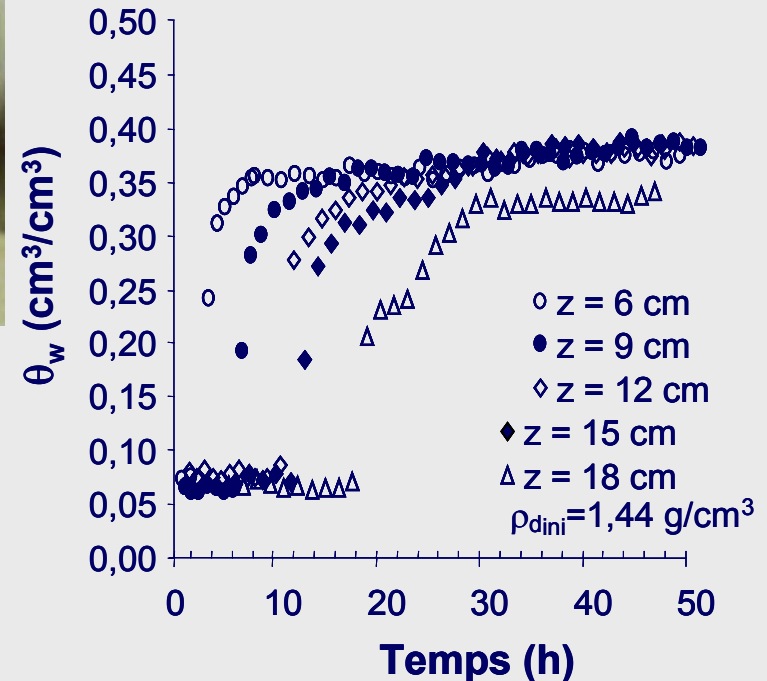
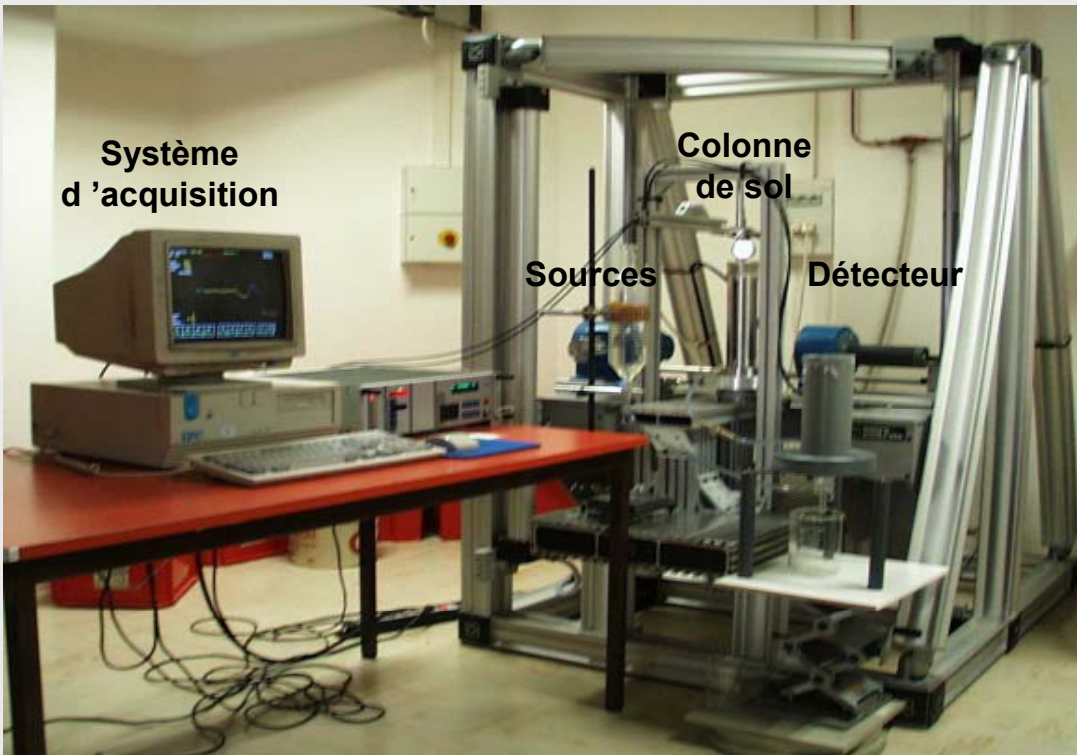
Mini-tensiomètre

Éprouvette

Embase d'une  
Cellule triaxiale



## Essai d'infiltration au laboratoire (Tabani 1999)

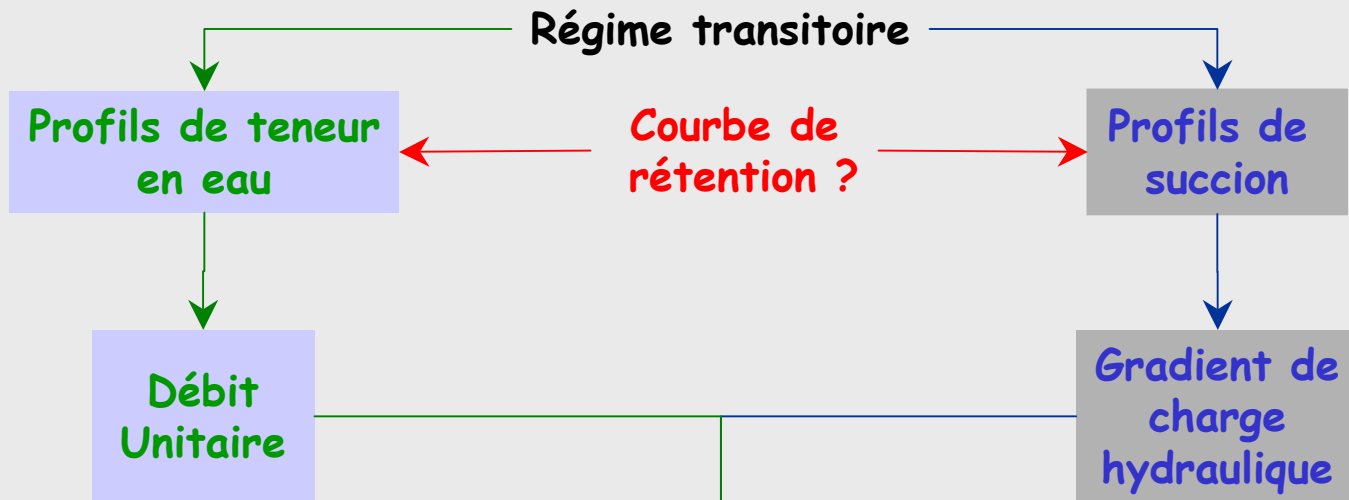


## Détermination expérimentale de $k(\Psi)$ :

Mesure de la succion

### Méthode des profils instantanés

- *infiltration ou drainage*
- *mesures locales de succion/teneurs en eau*
- *échantillon de plus grande dimension*



$$q|_{z_i, t} = -k_w(\theta) \text{ grad}(\psi - z)$$

## Modèles théoriques :

### empiriques :

- *relations mathématiques simples*
- *origine purement expérimentale*

### macroscopiques :

- *sol considéré à l'échelle de Darcy*
- *analogie entre les grandeurs définie à l'échelle des pores et des grandeurs macroscopiques*
- *base semi-empirique*
- *concernent surtout la conductivité hydraulique*

### statistiques :

- *calcul des flux à l'échelle des pores*
- *distribution statistique des rayons des pores*
- *généralisation par intégration à l'échelle macroscopique*

## Modèles empiriques

Auteur (Année)	Equation	Paramètres à déterminer
Richards (1931)	$k = a\Psi + b$	a et b
Wind (1955)	$k = a  \Psi ^{-n}$	a et n
Gardner (1958)	$k_r = \exp[\alpha\Psi]$ $k = \frac{a}{ \Psi ^n + b}$	$\alpha$ , a, b et n
Brooks & Corey (1964)	$k = k_s$ pour $\Psi \leq \Psi_{cr}$ $k = (\Psi/\Psi_{cr})^{-n}$ pour $\Psi \geq \Psi_{cr}$	$k_s$ , n et $\Psi_{cr}$
Rijtema (1965)	$k = k_s$ pour $\Psi \leq \Psi_{cr}$ $k_r = \exp[-\alpha (\Psi - \Psi_{cr})]$ pour $\Psi_{cr} \leq \Psi \leq \Psi_r$ $k = k_s(\Psi/\Psi_r)^{-n}$ pour $\Psi > \Psi_r$	$\alpha$ , n, $\Psi_{cr}$ et $\Psi_r$

## Modèles statistiques

Référence	Equation	Définitions
Burdine (1953)	$k_r(\theta) = S_e^\ell \left[ \frac{\int_{\theta_r}^{\theta} \frac{d\theta}{\Psi^2}}{\int_{\theta_r}^{\theta_s} \frac{d\theta}{\Psi^2}} \right]$	$\ell$ , est un paramètre de connectivité des pores qui décrit la tortuosité des chemins d'écoulement. Burdine propose une valeur de 2.
Mualem (1976)	$k_r(\theta) = S_e^\ell \left[ \frac{\int_{\theta_r}^{\theta} \frac{d\theta}{\Psi}}{\int_{\theta_r}^{\theta_s} \frac{d\theta}{\Psi}} \right]^2$	$\ell$ , est ici aussi, le paramètre de connectivité des pores qui décrit la tortuosité. Mualem suggère qu'une valeur de 0,5 conviendrait pour la majorité des sols.
Fredlund et Xing (1994)	$k_r(\Psi) = \frac{\int_{\ln(\Psi)}^b \frac{\theta(e^y) - \theta(\Psi)}{e^y} \theta'(e^y) dy}{\int_{\ln(\Psi_a)}^b \frac{\theta(e^y) - \theta_s}{e^y} \theta'(e^y) dy}$	$b = \ln(10^6)$ ; $\Psi_a$ : succion au point d'entrée d'air ; $y$ : variable d'intégration.



**Modèle combiné de van Genuchten (1980) - Mualem (1976) :**

**Courbe de rétention de l'humidité**  $\theta(\Psi) = (\theta_s - \theta_r) \left[ \frac{1}{1 + (\alpha\Psi)^n} \right]^m + \theta_r$

**Courbe de conductivité hydraulique**  $k(\Psi) = k_s \left[ \frac{\left( 1 - (\alpha\Psi)^{n-1} \left[ 1 + (\alpha\Psi)^n \right]^{-m} \right)^2}{\left[ 1 + (\alpha\Psi)^n \right]^{m/2}} \right]$

$\theta_s$ , teneur en eau volumique saturée

$\theta_r$ , teneur en eau volumique résiduelle

$k_s$ , conductivité hydraulique saturée

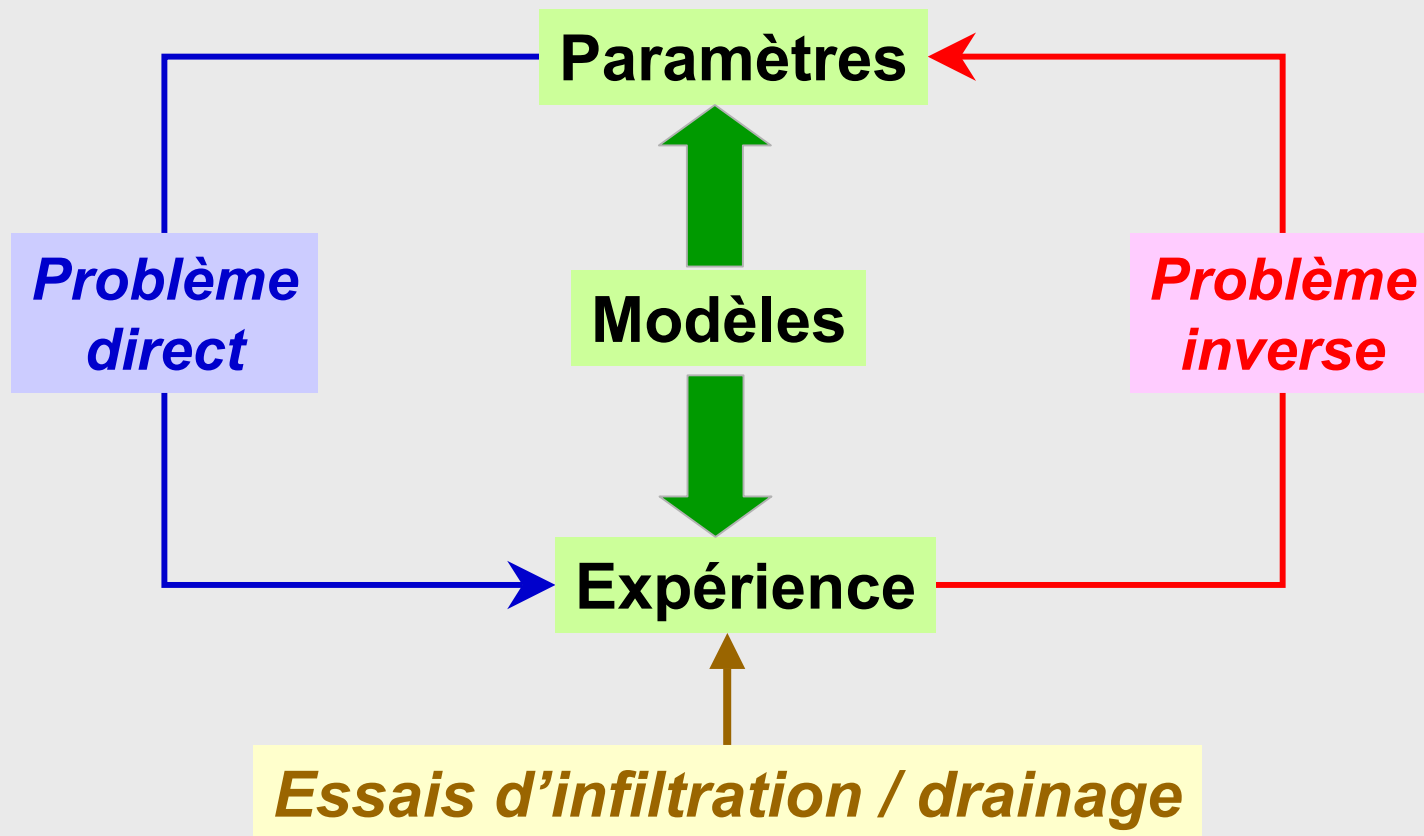
$\alpha$ , inversement relié de la pression d'entrée d'air

$m$  et  $n$ , paramètres liés à la distribution des rayons des pores

**Restrictions usuelles :**

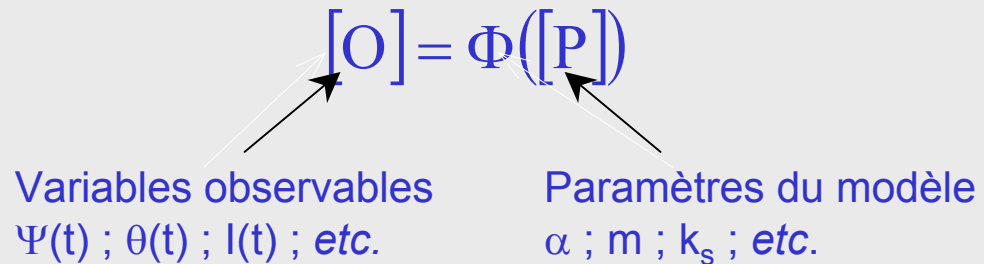
$$m = 1 - \frac{1}{n} \quad m = 1 - \frac{2}{n} \quad m \rightarrow \infty$$

Démarche de la méthode inverse :



## Principe de l'inversion :

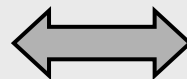
### Problème direct



### Problème inverse

$$[P] = \Gamma(\Phi^{-1}([O]))$$

Problème bien posé



la solution est

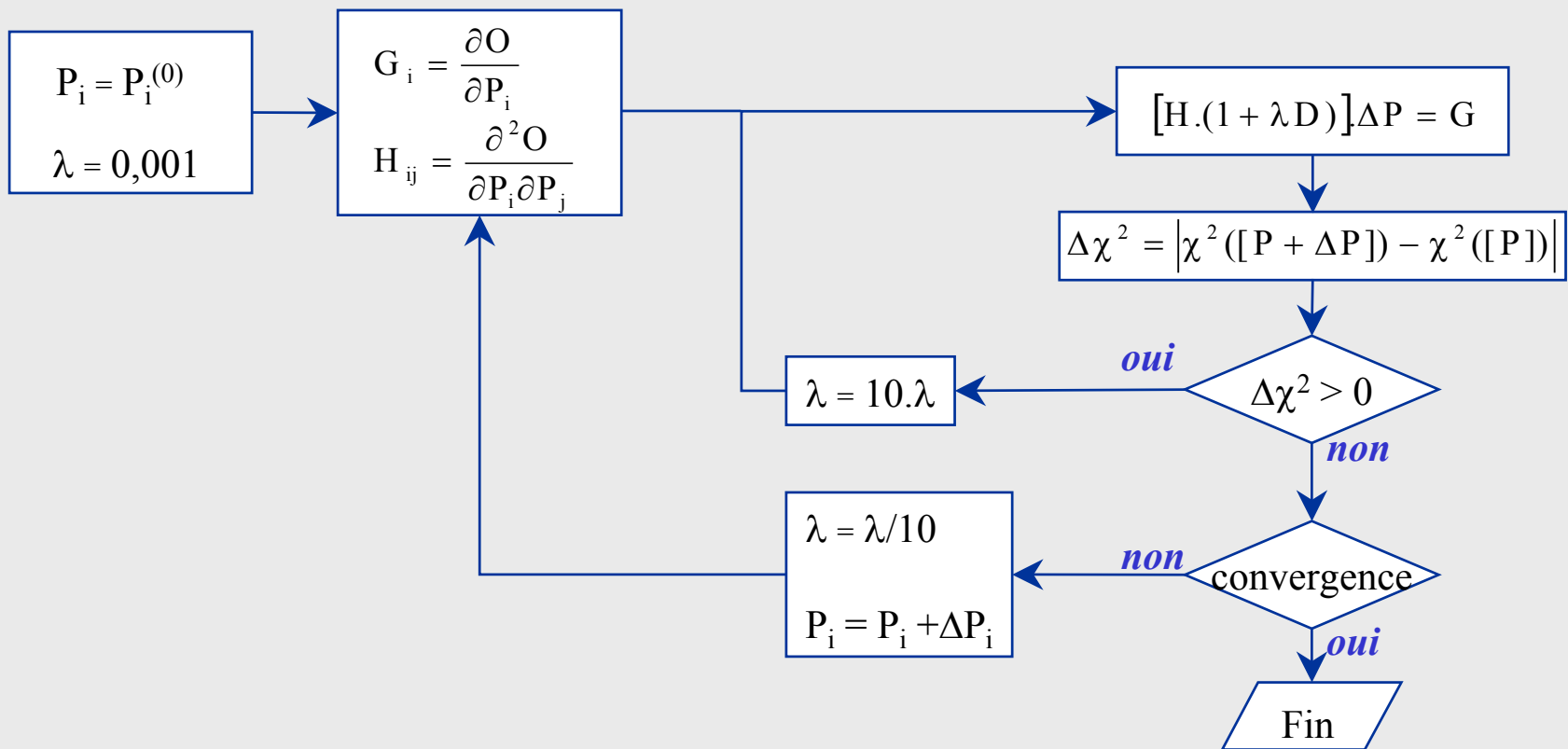
- identifiable
- unique
- stable

## Technique d'inversion :

*Fonction objectif à minimiser*

$$\chi^2([P]) = \sum_{i=1}^N (O_i - O_i^*)^2$$

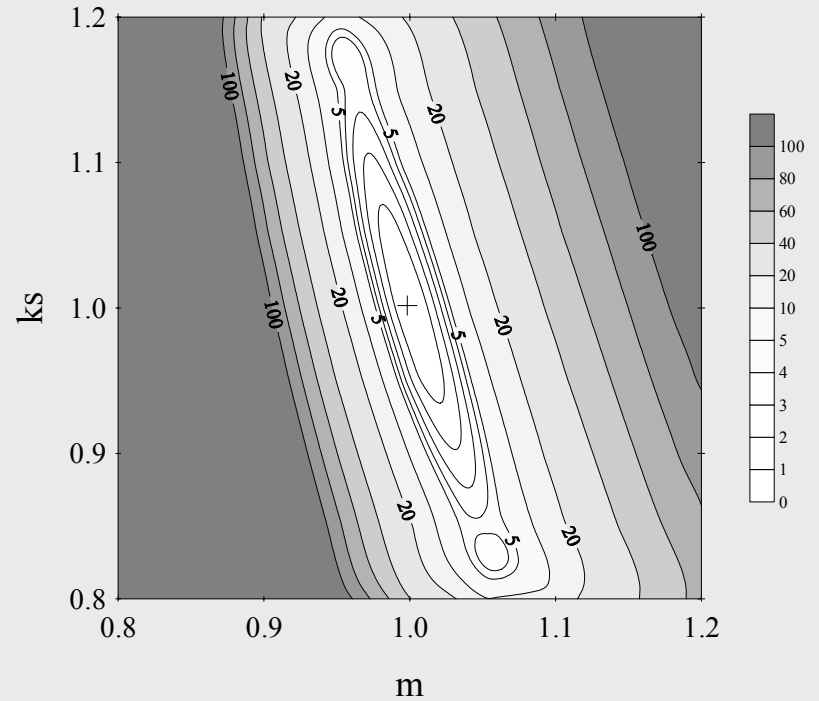
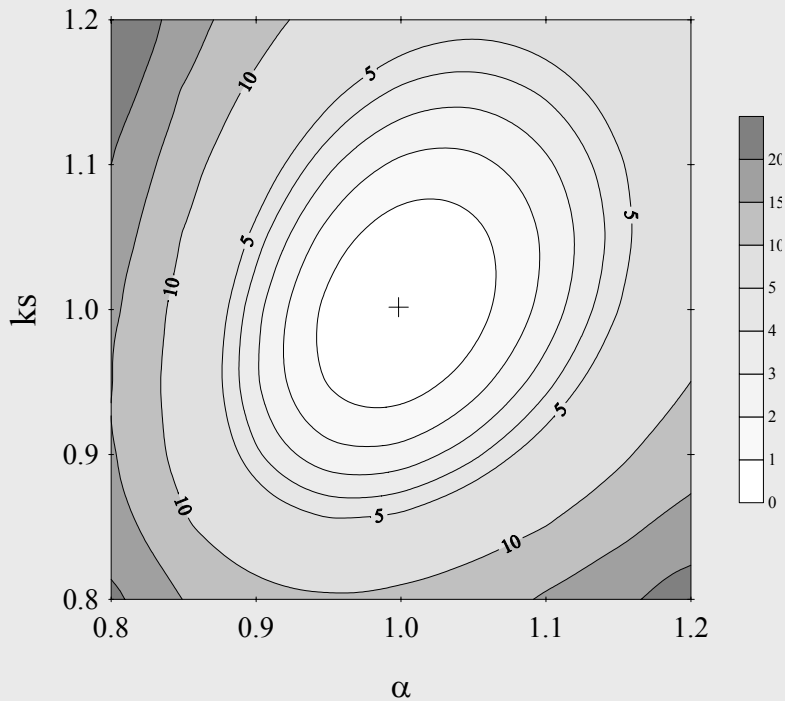
*Algorithme de Levenberg-Marquardt*



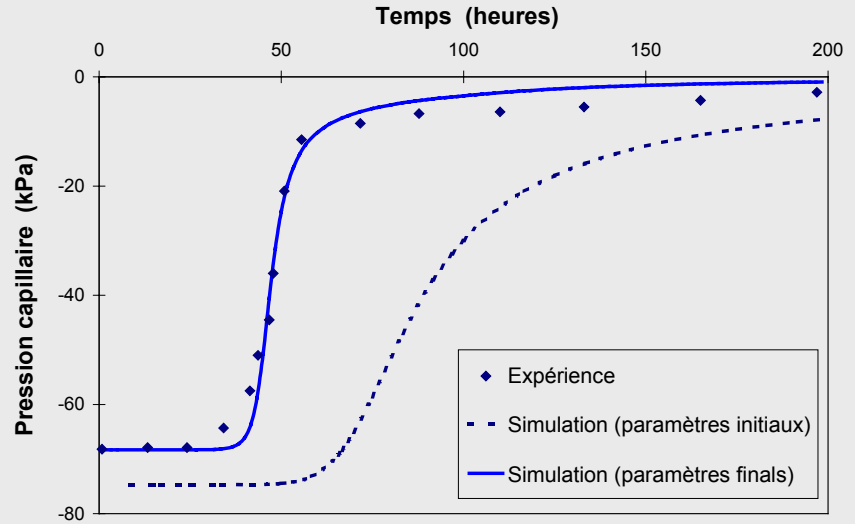
## Faisabilité - validité de l'inversion :

Problème bien posé

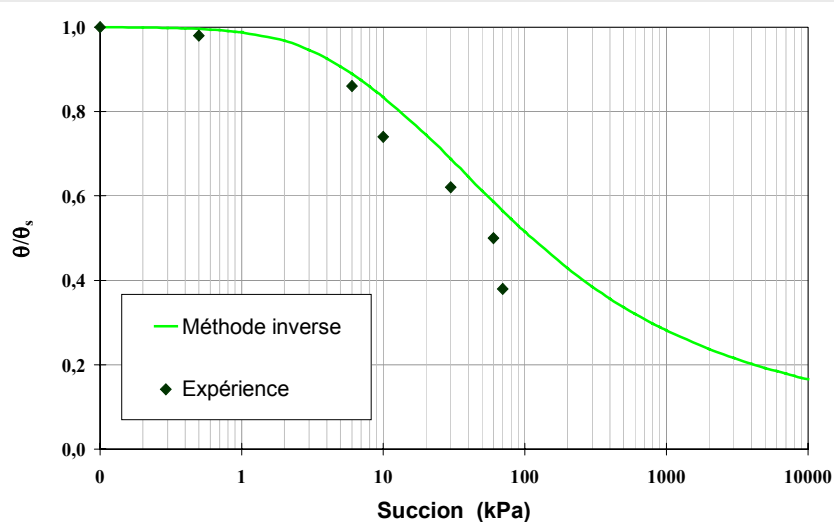
Problème mal posé



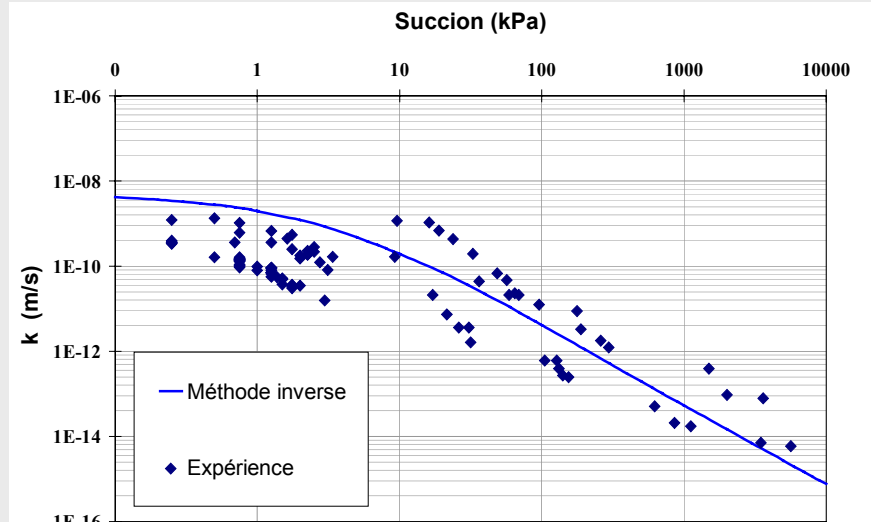
Résultats de l'étude du problème inverse :



Courbe de rétention de l'humidité



Courbe de conductivité hydraulique



## Caractérisation hydrodynamique des sols non saturés :

- essais lents, délicats et coûteux ;
- grand nombre d'essais sur site ;
- nécessité de déterminer  $\theta(\Psi)$  séparément.

## Apports de la méthode inverse :

- optimisation des essais nécessaires ;
- applicabilité aux milieux hétérogènes;
- détermination simultanée de  $\theta(\Psi)$  et de  $k(\Psi)$ ;
- vérification de la pertinence du modèle théorique.

## Logiciels - Écoulement non saturé :

<b>GMS</b>	Éléments Finis	2D/3D	<a href="http://www.bossintl.com/">http://www.bossintl.com/</a>
<b>FEFLOW</b>	Éléments Finis	2D/3D	<a href="http://www.wasy.de/">http://www.wasy.de/</a>
<b>FEMWATER</b>	Éléments Finis	1D/2D/3D	<a href="http://www.nea.fr/html/dbprog/">http://www.nea.fr/html/dbprog/</a>
<b>SEEP /W</b>	Éléments Finis	2D	<a href="http://www.geo-slope.com/">http://www.geo-slope.com/</a>
<b>SVFlux 2D</b>	Éléments Finis	2D/3D	<a href="http://www.scisoftware.com/">http://www.scisoftware.com/</a>

## Logiciels - Identification des paramètres des sols non saturés :

<b>PEST</b>	Problème inverse	<a href="http://www.ozemail.com.au/~wcomp/">http://www.ozemail.com.au/~wcomp/</a>
<b>UCODE</b>	Problème inverse	<a href="http://www.mines.edu/igwmc/">http://www.mines.edu/igwmc/</a>
<b>RETC</b>	Ajustement modèle/données	<a href="http://www.scisoftware.com/">http://www.scisoftware.com/</a>
<b>SoilVision</b>	Base de données	<a href="http://www.scisoftware.com/">http://www.scisoftware.com/</a>
<b>UNSODA</b>	Base de données	<a href="http://www.epa.gov/ada/">http://www.epa.gov/ada/</a>

## Sites web :

<b>ASCE Geo-institute</b>	<a href="http://emrl.byu.edu/gicac/">http://emrl.byu.edu/gicac/</a>
<b>Geotechnical &amp; GeoEnvironmental Software Directory</b>	<a href="http://www.ggsd.com/">http://www.ggsd.com/</a>