

# Prise en compte des effets de bord dans un massif renforcé par inclusions rigides

## Modeling edge effects at the periphery of a rigid inclusion reinforced soil volume

Cuira F., Simon B.  
TERRASOL, Paris, France

**RÉSUMÉ :** En périphérie d'un massif de sol renforcé par inclusions rigides il se développe une interaction entre la zone renforcée et la zone non renforcée. Ces effets de bord rendent inapplicables les modèles limités à l'étude d'une cellule élémentaire au sein d'un réseau infini d'inclusions qui adoptent l'hypothèse d'un cisaillement nul sur la frontière de la maille étudiée. Le modèle exposé de type biphasique exprime les équations d'équilibre dans deux domaines apposés, « inclusion » et « sol », en introduisant à la fois le cisaillement interne qui se développe entre l'inclusion et le sol tributaire et le cisaillement externe qui se développe sur tout ou partie de la frontière de la maille, lorsque celle-ci est située en périphérie de la zone renforcée par inclusions. Les cisaillements sont pris en compte en exploitant la notion de loi de transfert t-z appliquée au déplacement relatif entre les domaines considérés. La résolution s'appuie sur une discrétisation 1D des deux domaines et une formulation éléments finis. Différents exemples de semelles sur inclusions sont présentés dont les résultats s'avèrent en bon accord avec ceux de modèles numériques 3D, beaucoup plus complexes à mettre en œuvre. L'évaluation de la méthode se poursuit en exploitant les résultats de modèles physiques en centrifugeuse.

**ABSTRACT:** At the periphery of a soil volume reinforced by rigid inclusions, interaction between the reinforced soil and the unreinforced soil cannot be neglected. Such edge effects prevent use of the commonly used unit cell model which assumes no shear at the model outer boundary. The proposed model, a simplified form of a two-phase model, expresses equilibrium within two side by side domains « inclusion » and « soil » by introducing shear between inclusion and the tributary soil volume within the cell on the one hand and shear along all or part of the outer “soil” domain boundary, on the other hand, when cell under study is at periphery of the reinforced volume. Shear is taken into account through use of t-z transfer curves based on the domain relative displacements. A 1D discrete model of both domains is used together with a finite element formulation. This is applied to different cases of footings over soil reinforced by rigid inclusions. Results agree well with those obtained by other 3D numerical models, which remain a far more difficult task. Further evaluation is planned using the results of centrifuge test models.

**MOTS-CLÉS:** renforcement du sol, inclusions rigides, semelle sur inclusions, modèle analytique, effets de bord.

**KEYWORDS:** soil reinforcement, rigid inclusions, shallow foundations, analytical modelling, edge effects.

## 1 INTRODUCTION

Le renforcement par inclusions rigides a vu son intérêt largement reconnu pour les ouvrages étendus de type remblais ou dallages (locaux industriels). Le dimensionnement s'appuie généralement sur des modèles de calcul réduits à l'étude d'une cellule élémentaire représentant le comportement d'une maille courante centrée sur une inclusion et incluant le volume de sol et la fondation d'ouvrage afférents (Cuira et Simon, 2009, Simon, 2012). Le caractère répété du motif permet de considérer que le cisaillement est nul au bord du modèle, ce qui en simplifie considérablement la construction. Ces modèles apportent tous les éléments nécessaires au dimensionnement des ouvrages en partie courante ; leur validité a été largement éprouvée dans le cadre du projet national ASIRI (2012) par la confrontation des résultats obtenus avec ceux d'expérimentations en vraie grandeur, de modèles physiques ainsi que de modélisations numériques avancées. Ils sont en revanche insuffisants pour traiter des zones périphériques où les cellules placées au bord sont en interaction avec des cellules intérieures mais aussi avec le massif extérieur non renforcé : l'hypothèse de symétrie permettant de considérer un cisaillement nul aux bords du modèle n'est plus applicable. La validité de ces modèles se heurte également au cas des ouvrages d'emprise limitée tels des semelles sous poteaux ou voiles porteurs, pour lesquels la prise en compte des phénomènes de bord devient là encore une nécessité absolue.

La modélisation de ces configurations particulières (bord d'ouvrage étendu ou ouvrage d'emprise limitée) nécessite en toute rigueur des modèles en trois dimensions dont les limites doivent être étendues largement au-delà du volume de sol renforcé, à la différence des modèles de cellule élémentaire. Une telle modélisation est incontestablement mal adaptée à des études courantes, appelées de surcroît et en dépit du caractère

non exceptionnel des fondations concernées, à examiner un grand nombre de cas de charges. Les Recommandations ASIRI (2012) ont ainsi détaillé plusieurs méthodes simplifiées pour traiter ces configurations dans le cas d'un chargement vertical avec des outils classiques du calcul des fondations. Toutes ces méthodes nécessitent cependant une procédure par étapes.

Cette communication présente la généralisation d'une de ces méthodes qui permet de s'affranchir d'un calcul par étapes, en traitant simultanément les interactions internes se développant au sein du massif renforcé et externes se développant aux bords de celui-ci avec le sol environnant non renforcé. L'équilibre mécanique du volume renforcé est ainsi exprimé en combinant des lois d'interface sol/inclusions (internes) et sol/sol (externes), toutes basées sur les déplacements relatifs afférents.

## 2 ASPECTS THEORIQUES

### 2.1 Principe

On considère le cas d'une cellule élémentaire représentant une maille quelconque (courante ou périphérique) centrée sur une inclusion. La cellule est soumise à un chargement vertical et est décomposée en deux domaines complémentaires : le domaine « inclusion » constitué par l'inclusion elle-même et les volumes de sol qui la prolongent jusqu'aux limites inférieure et supérieure du modèle, et le domaine « sol » constitué par le volume de sol complémentaire au domaine « inclusion ». L'interaction entre les deux volumes est supposée entièrement décrite par le cisaillement vertical  $\tau_{int}$  qui se développe sur leur frontière verticale définie par le périmètre de l'inclusion noté  $P_{int}$ . En périphérie de la cellule, l'interaction éventuelle avec le sol environnant non renforcé est supposée entièrement décrite

par un cisaillement vertical extérieur  $\tau_{ext}$  comme le schématise la figure ci-dessous.

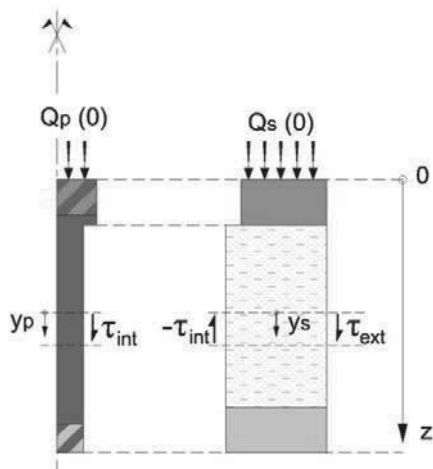


Figure 1. Modèle généralisé de la cellule élémentaire – vue en coupe.

Le cisaillement extérieur  $\tau_{ext}$  est supposé se développer sur une fraction  $\beta \times P_{ext}$  ( $0 \leq \beta \leq 1$ ) du périmètre extérieur total  $P_{ext}$  de la cellule comme le schématise la figure ci-dessous.

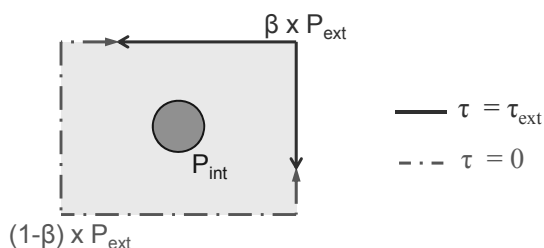


Figure 2. Modèle généralisé de la cellule élémentaire – vue en plan.

Les deux domaines sont assimilés à deux cylindres concentriques de sections équivalentes. On désigne par  $S_p(z)$  la section du domaine « inclusion » à la profondeur  $z$ . La section du domaine « sol » s'en déduit à l'aide de la relation :  $S_s(z) = S_{maille} - S_p(z)$  où  $S_{maille}$  désigne l'aire totale de la maille.

### 2.2 Mise en équation

On désigne par  $y_p(z)$  et  $y_s(z)$  les tassements respectifs des domaines « inclusion » et « sol ». La combinaison des équations d'équilibre et de comportement des cylindres équivalents aux deux domaines conduit au système d'équations (1), où  $E_p(z)$  et  $E_s(z)$  représentent respectivement les modules de déformation verticale des domaines « inclusion » et « sol ». Pour le domaine « sol », le tassement  $y_s(z)$  est supposé uniforme à toute profondeur  $z$  et  $E_s(z)$  est assimilé au module équivalent pour l'amplitude de chargement calculée.

$$\text{Domaine inclusion} \quad E_p S_p \frac{d^2 y_p}{dz^2} = \tau_{int} P_{int} \quad (1)$$

$$\text{Domaine sol} \quad E_s S_s \frac{d^2 y_s}{dz^2} = -\tau_{int} P_{int} + \beta \tau_{ext} P_{ext}$$

L'interaction entre les deux domaines est décrite au niveau de chaque couche par une fonction de transfert exprimant la dépendance du cisaillement  $\tau_{int}$  avec le déplacement relatif entre les deux domaines :

$$\tau_{int} = f(y_p - y_s) \quad (2)$$

L'interaction éventuelle entre la cellule et le sol environnant non renforcé est décrite par une fonction de transfert reliant le

cisaillement extérieur  $\tau_{ext}$  au déplacement absolu du domaine sol :

$$\tau_{ext} = f(y_s) \quad (3)$$

La combinaison des équations (1), (2) et (3) conduit à un système global à 4 équations et 4 inconnues :  $y_p$ ,  $y_s$ ,  $\tau_{int}$  et  $\tau_{ext}$ .

### 2.3 Résolution

Le système précédent est complété par les conditions aux limites suivantes :

- charge totale appliquée en tête du modèle  $Q_p(0)+Q_s(0)$ ;
- fraction de charge transmise en tête du domaine inclusion  $E_{QP} = Q_p(0)/[Q_p(0)+Q_s(0)]$  ;
- loi de mobilisation de l'effort de pointe avec le déplacement relatif.

En présence d'un élément de fondation rigide en surface (radier ou semelle), la valeur de  $E_{QP}$  est établie en recherchant l'égalité des tassements en surface  $y_p(0)$  et  $y_s(0)$ , ce qui est justifié par le fait que les déformations de l'élément structural de surface sont négligeables devant celles du sol.

La résolution numérique du système est menée à l'aide d'une formulation en éléments finis. Chacun des deux domaines est discrétisé selon un maillage unidimensionnel avec des éléments à deux nœuds et un degré de liberté par nœud. Dans le cadre de cette discrétisation, le système d'équations précédent s'écrit sous la forme d'un système matriciel équivalent, ce qui simplifie la résolution. La non-linéarité des courbes de transfert implique une procédure itérative visant à assurer la compatibilité en tout point entre cisaillement et déplacement.

### 2.4 Mise en œuvre pratique

#### 2.4.1 Choix du paramètre $\beta$

L'introduction du paramètre  $\beta$  dans le modèle de la cellule élémentaire permet d'aller au-delà de la configuration particulière d'une maille courante où les conditions de symétries justifient l'hypothèse d'un cisaillement nul en périphérie du modèle ( $\beta = 0$ ). Le choix d'un  $\beta \neq 0$  implique la prise en compte d'un cisaillement extérieur entre la cellule et le sol environnant non renforcé, sur une partie du périmètre extérieur de la cellule. Dans le cas d'une maille carrée (figure ci-dessous), cela peut être par exemple représentatif d'une cellule située au bord du massif renforcé ( $\beta = 0,25$ ), le cas d'une cellule située à l'angle ( $\beta = 0,5$ ), le cas d'une semelle sur deux inclusions ( $\beta = 0,75$ ) ou une inclusion unique ( $\beta = 1$ ).

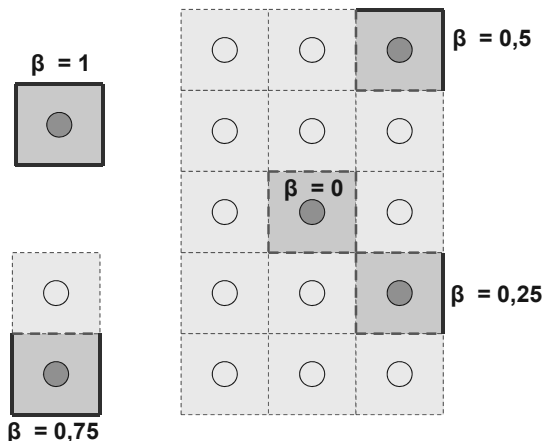


Figure 3. Choix du paramètre  $\beta$  pour le cas d'une maille carrée.

## 2.4.2 Fonctions de transfert

Ces fonctions de transfert sont utilisées pour caractériser la mobilisation des cisaillements interne ( $\tau_{int}$ ) et externe ( $\tau_{ext}$ ) ainsi que les réactions en pointe. On utilise pour cela les lois bilinéaires du type proposé par Frank et Zhao (1982) caractérisées par deux paramètres : un paramètre de pente ( $K_i$  ou  $K_p$ ) et une valeur de contrainte limite ( $q_s$  ou  $q_p$ ).

Pour le cisaillement interne et la mobilisation des réactions en pointe, ces lois sont construites directement à partir des paramètres pressiométriques.

Pour le cisaillement extérieur  $\tau_{ext}$ , la valeur de contrainte limite  $q_s$  peut être reliée à la contrainte verticale dans le sol non renforcé  $\sigma_{v0}$  par une relation du type  $q_s = k \tan \delta \cdot \sigma_{v0}$ . Les valeurs choisies pour  $q_s$  et le paramètre de pente peuvent être ajustés de manière à retrouver par le modèle du type exposé, appliqué au cas d'une inclusion de section nulle, un tassement identique à celui de la semelle superficielle rigide sur sol non renforcé calculé par la méthode pressiométrique (Frank, 1999).

## 3 APPLICATION SIMPLE : CAS D'UNE SEMELLE SUR UNE SEULE INCLUSION

### 3.1 Paramètres d'entrée

L'exemple étudié est celui d'une semelle carrée de 1,33 m de côté, renforcée par une seule inclusion de diamètre 40 cm placée dans l'axe. Deux situations sont étudiées : le cas d'une semelle en contact direct avec l'inclusion (mode « fondation mixte »), et le cas d'une couche de forme intercalaire de 50 cm d'épaisseur (mode « inclusion rigide »). La figure ci-dessous présente la coupe du calcul et les données géotechniques utiles.

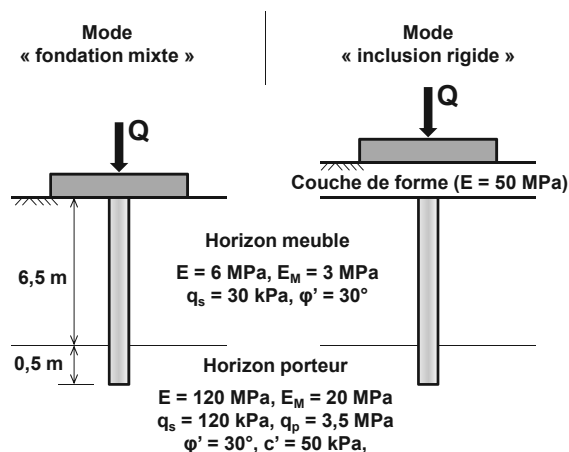


Figure 4. Cas d'une semelle sur une seule inclusion - Coupe de calcul.

Dans le cas d'une maille unique, le paramètre  $\beta$  est pris égal à 1,00 : le cisaillement extérieur avec le massif de sol non renforcé se développe sur tout le périmètre. Les fonctions de transfert sont constituées selon la démarche décrite en §2.4.2 : en particulier, pour le cisaillement extérieur, le calage du paramètre de pente  $K_i$  conduit à une valeur équivalente de  $K_i = 2,7$  MPa/m. Pour le mode « inclusion rigide », le domaine inclusion est prolongé dans le matelas : la loi d'interface entre les domaines inclusion et sol sur la hauteur du matelas est construite en considérant un module pressiométrique  $E_M = 10$  MPa et un frottement unitaire limite égal à  $k \tan \delta \cdot \sigma_s$  avec  $k \tan \delta = 1$  -et  $\sigma_s$  la contrainte verticale moyenne dans le domaine sol, sur la hauteur du matelas.

Les résultats du calcul sont comparés à ceux d'un traitement en éléments finis sous PLAXIS (modèle axisymétrique équivalent). Dans ce modèle, tous les sols ont un comportement élasto-plastique parfait avec un critère de rupture de Mohr Coulomb : les paramètres d'entrée sont ceux de la Figure 4. Le

choix des paramètres, et notamment ceux décrivant le comportement en pointe (module de déformation et paramètres de cisaillement), a été validé au préalable par calage des courbes de chargement axial d'une inclusion isolée chargée directement en tête (sans semelle), calculées respectivement par un modèle PLAXIS ou un modèle analytique à l'aide des lois de Frank et Zhao.

### 3.2 Sans matelas de répartition : mode « fondation mixte »

La première situation étudiée est celle d'un contact direct entre la semelle et l'inclusion (fondation mixte). Une partie de la charge totale  $Q$  appliquée sur la semelle est reprise par le sol, mais le frottement mobilisé sur la hauteur de l'inclusion demeure positif : la charge maximale dans l'inclusion est obtenue en tête. La figure ci-dessous présente les résultats obtenus selon un diagramme Effort – Tassement. Deux courbes sont représentées : celle du tassement de la semelle en fonction de la charge appliquée (Courbe 1), et celle du tassement de la semelle (= tassement en tête de l'inclusion) en fonction de l'effort maximal dans l'inclusion (Courbe 2). Les résultats se révèlent en bon accord avec ceux de PLAXIS.

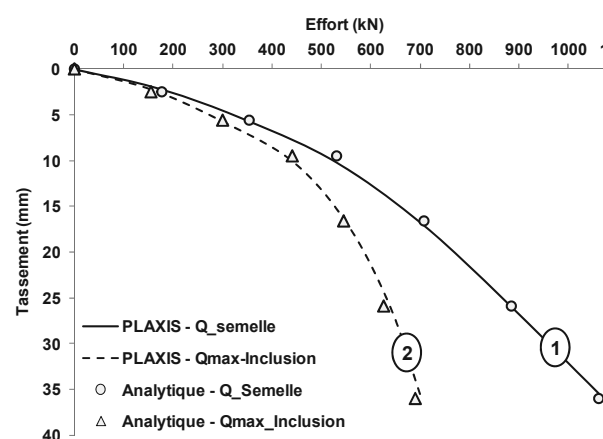


Figure 5. Effort sur la semelle et effort maximal dans l'inclusion en fonction du tassement en tête - cas d'une fondation mixte.

### 3.3 Avec matelas de répartition : mode « inclusion rigide »

Dans cette situation, une couche de forme sépare la semelle de l'inclusion. La principale différence avec le cas précédent est l'apparition d'un frottement négatif : l'effort maximal dans l'inclusion n'est pas obtenu en tête mais au niveau du plan neutre identifié ici vers 1,0 m de profondeur. La même concordance peut être observée avec PLAXIS.

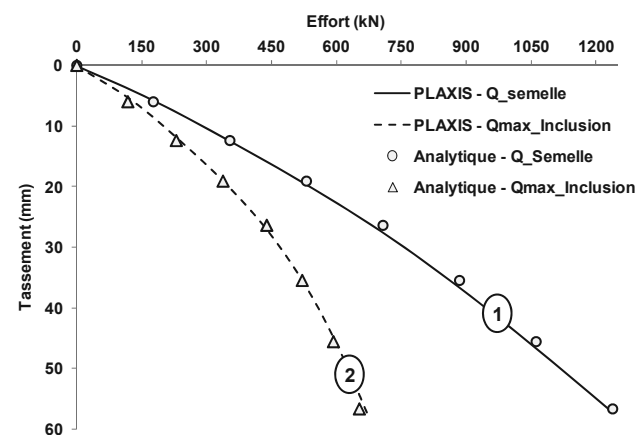


Figure 6. Effort sur la semelle et effort maximal dans l'inclusion en fonction du tassement en tête du modèle - cas d'une inclusion rigide.

#### 4 CAS D'UNE SEMELLE SUR QUATRE INCLUSIONS RIGIDES

La situation choisie correspond à une étude numérique conduite dans le cadre du projet ASIRI. Une semelle carrée de côté 2,8 m repose par l'intermédiaire d'un matelas de répartition d'épaisseur 0,5 m sur un sol compressible renforcé par 4 inclusions de diamètre 0,34 m. Le sol compressible repose sur un substratum rigide et est légèrement surconsolidé (surconsolidation de 10 kPa).

Cette configuration a fait l'objet d'une étude paramétrique détaillée à l'aide du logiciel Flac 3D, couvrant un large éventail de cas de charge appliqués à la semelle (Dias et Simon, 2012). La comparaison concerne le cas d'un chargement de la semelle par un effort vertical centré  $Q = 1568$  kN.

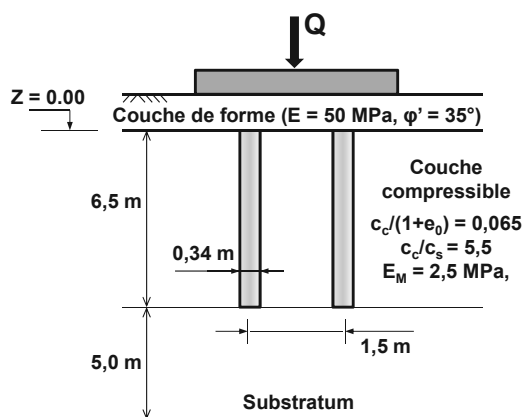


Figure 7. Cas d'une semelle sur quatre inclusions - Coupe de calcul.

La méthode exposée a été appliquée à un modèle représentant un quart de la semelle en adoptant pour le paramètre  $\beta$  la valeur 0,5. Les lois d'interaction sont construites selon la formulation de Frank et Zhao en adoptant les valeurs  $K_t$  et  $K_p$  calculées avec  $E_M = 2,5$  MPa et en ajustant les valeurs limites relatives au cisaillement  $\tau_{int}$  pour respecter la relation  $q_s(z) = K \tan \delta \cdot \sigma_s(z)$  où  $\sigma_s(z)$  désigne la contrainte verticale dans le domaine sol à la cote  $z$  et celles concernant le cisaillement  $\tau_{ext}$  pour respecter la relation  $q_s(z) = K \tan \delta \cdot \sigma_{v,0}'(z)$  où  $\sigma_{v,0}'(z)$  désigne la contrainte verticale initiale dans le massif non renforcé à la cote  $z$ . Le facteur  $K \tan \delta$  a été pris égal à 0,3 pour le cisaillement intérieur comme celui extérieur.

La Figure 8 présente les tassements calculés dans les domaines « inclusion » et « sol » en fonction de la profondeur.

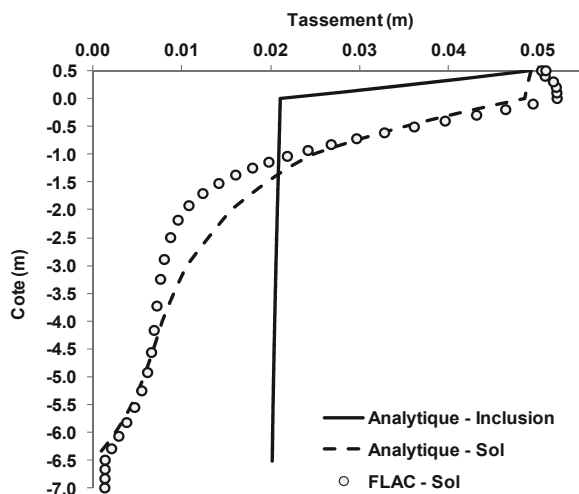


Figure 8. Profils de tassement des domaines « inclusion » et « sol » et comparaison à celui calculé dans l'axe du modèle Flac3D.

Le plan neutre s'établit 1,5 m sous la base du matelas. Le tassement dans le domaine « sol » se révèle proche de celui obtenu dans l'axe de la semelle par le modèle Flac3D.

La Figure 9 présente la distribution des efforts  $Q_s(z)$  et  $Q_p(z)$  avec la profondeur sous le sommet de la semelle ; l'effort  $Q_p(z)$  dans l'inclusion est maximal au niveau du plan neutre. La valeur atteinte se révèle d'un ordre de grandeur comparable à celle du modèle Flac3D, même si celui-ci révèle le plan neutre à une profondeur supérieure.

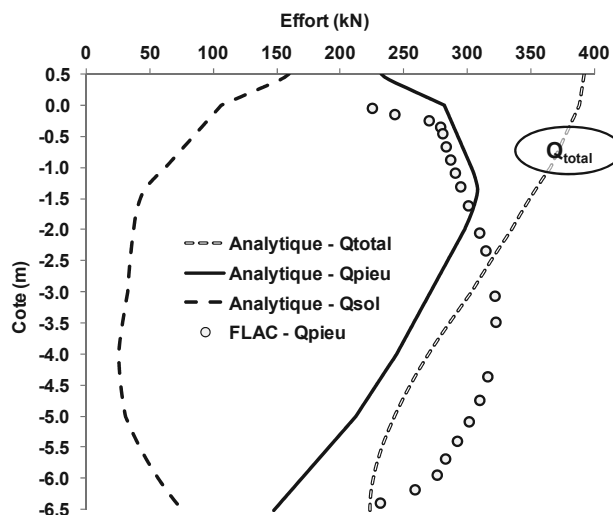


Figure 9. Effort axial dans les domaines « inclusion » et « sol » et comparaison à celui calculé dans une inclusion du modèle Flac3D.

La figure ci-dessus présente également l'évolution de l'effort total [ $Q_s(z) + Q_p(z)$ ] avec la profondeur : celui-ci varie de 392 kN en tête du modèle (seul un quart de la semelle a été modélisé) à 224 kN à la base. La dissipation observée ( $392 - 224 = 168$  kN) est liée au cisaillement extérieur représentant les interactions avec le sol environnant non renforcé.

#### 5 CONCLUSION

La méthode analytique exposée permet de prendre en compte les effets de bord qui sont à considérer autour d'un massif de sol renforcé par inclusions rigides. La comparaison des résultats ainsi obtenus à ceux issus de modèles 3D éléments finis ou différences finies, beaucoup plus complexes à mettre en œuvre s'avère tout à fait encourageante. L'évaluation de la méthode se poursuit sur des résultats de modèles physiques en centrifugeuse.

#### 6 REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

ASIRI 2012, *Recommendations for the design, construction and control of rigid inclusion ground improvements*, IREX – Presses des Ponts, Paris.

Cuir F. & Simon B. 2009, Deux outils simples pour traiter des interactions complexes d'un massif renforcé par inclusions rigides, 17th ICSMGE, Alexandria, 1163-1166.

Dias D. & Simon B. 2012, Spread foundations on rigid inclusions subjected to complex loading: comparison of 3D numerical and simplified analytical modelling, TC211, IS-GI Brussels.

Frank R. & Zhao S.R. 1982, Estimation par les paramètres pressiométriques de l'enfoncement sous charge axiale des pieux forés dans les sols fins. *Bull. Liaison P. et Ch.*, 119, 17-24.

Frank R. 1999, *Calcul des fondations superficielles et profondes*, Techniques de l'Ingénieur – Presses des Ponts, Paris.

Simon B., 2012, General report S5, Rigid inclusions and stone columns, TC211, IS-GI Brussels.